

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

2.2.3. Bình luận về tiêu chuẩn chảy Tresca và von Mises

Đối với vật liệu đẳng hướng mà sự chảy dẻo của nó độc lập với áp lực thủy tĩnh thì tiêu chuẩn chảy phải là hình trụ với đường sinh song song với trục thủy tĩnh. Do đó, hình dạng đầy đủ của bề mặt chảy được xác định bởi mặt cắt ngang với mặt phẳng lệch. Hơn nữa, nếu các ứng suất chảy khi kéo và nén bằng nhau, một mặt cắt như thế phải có sáu trực đối xứng như được biểu diễn trong hình 2.13. Điều này làm cho một mặt cắt điển hình có thể được xác định qua thực nghiệm bằng cách khảo sát tỉ mỉ chỉ một trong những cung 30° . Trên cơ sở của các khảo sát về năng lượng, có thể thấy rằng đối với một lớp rộng các vật liệu, bề mặt chảy phải lồi (xem chương 3 và 4). Nếu chúng ta thừa nhận thực tế là bề mặt chảy lồi, nó phải nằm giữa hai lục giác được biểu thị trong hình 2.13. Lục giác Tresca trong rõ ràng là biên trong trên bề mặt chảy, và hình trụ von Mises cho giá trị gần trung bình giữa các biên ngoài và trong.

Tóm lại, trên cơ sở của bốn giả thiết: (1) đẳng hướng, (2) độc lập với áp lực thủy tĩnh, (3) ứng suất chảy khi kéo và nén bằng nhau, và (4) bề mặt chảy lồi, dạng tổng quát của bề mặt chảy có thể được xác định rõ ràng, và hình trụ von Mises không thể sai lệch nhiều so với bề mặt chảy thật $f(J_2, J_3) = 0$.

Thực tế, có nhiều kết quả thí nghiệm chỉ ra rằng những điểm chảy rời giữa lục giác Tresca và vòng tròn von Mises và gần với vòng tròn von Mises hơn. Vào năm 1947 Osgood, trong số nhiều người khác, đã tiến hành các thí nghiệm đặt tải hướng kính trên những ống nhôm thành mỏng, và những kết quả được tương quan với ứng suất tiếp tương đương được định nghĩa bởi

$$\tau_{eq} = \sqrt[6]{\frac{2}{3}(J_2^3 - 2,25J_3^2)} = \tau_{oct} \sqrt[6]{1 - 2,25J_3^2/J_2^3} \quad (2.163)$$

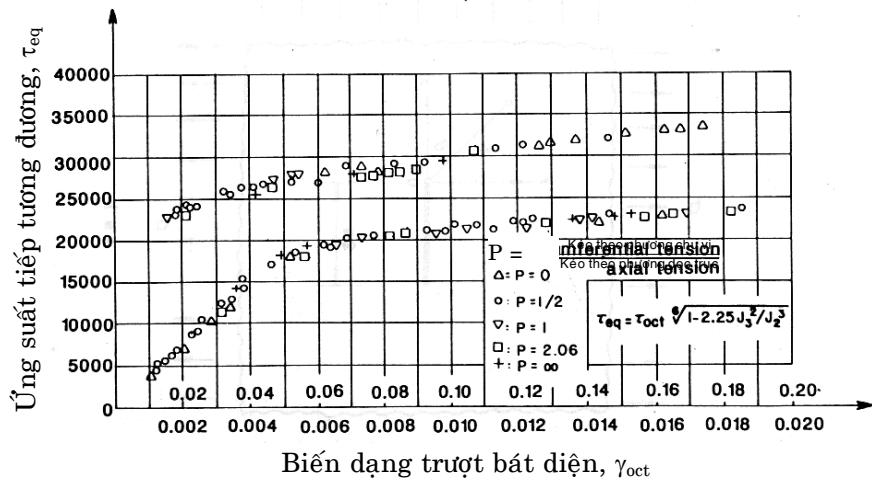
Đồ thị của τ_{eq} theo biến dạng trượt bát diện γ_{oct} , như được biểu thị trong hình 2.18, cho thấy rằng ứng suất tiếp tương đương τ_{eq} là một thông số tốt để mô tả chảy dẻo cũng như biến cứng của vật liệu. Tiêu chuẩn chảy được biểu diễn như

$$J_2^3 - 2,25J_3^2 = k^6 \quad (2.164)$$

ở đây k là ứng suất chảy trong trượt thuần túy, nó được liên hệ với ứng suất chảy σ_0 trong kéo đơn trực bởi

$$k = \sqrt[6]{\frac{2}{81}}\sigma_0 \quad (2.165)$$

Lý thuyết dẻo kỹ thuật



Hình 2.18. Thí nghiệm của Osgood trên các ống thành mỏng dưới tác động của tải kéo và áp lực trong ống.

So sánh với $k = 0,5\sigma_0$ của Tresca và $k = 0,577\sigma_0$ của von Mises, ứng suất chảy trong trượt thuần túy rơi giữa các giá trị được dự đoán bởi Tresca và von Mises. Đường cong chảy của phương trình (2.165) như được vẽ trong hình 2.13 nằm giữa lục giác Tresca và vòng tròn von Mises và đi qua hầu hết các điểm thí nghiệm.

2.3. Tiêu chuẩn phá hủy đối với vật liệu phụ thuộc áp lực

2.3.1. Những đặc trưng của bề mặt phá hủy của vật liệu đẳng hướng

Sự phá hủy của vật liệu thường được xác định dưới dạng khả năng chịu tải của nó. Tuy nhiên, đối với những vật liệu dẻo lý tưởng, biến dạng dẻo hàm ý là phá hủy, vì thế ứng suất chảy cũng là giới hạn bền.

Như trong trường hợp của các tiêu chuẩn chảy, dạng tổng quát của tiêu chuẩn phá hủy có thể được cho bởi phương trình (2.130) đối với các vật liệu bất đẳng hướng và bởi phương trình (2.131) đối với các vật liệu đẳng hướng. Như ta đã biết, chảy dẻo của hầu hết các kim loại dẻo không phụ thuộc vào ứng suất thủy tĩnh. Tuy nhiên, ứng xử của nhiều vật liệu phi kim loại, chẳng hạn như đất, đá, và bê tông, được đặc trưng bởi sự phụ thuộc áp lực thủy tĩnh của nó. Do đó, bất biến ứng suất I_1 hoặc ξ không nên được bỏ ra khỏi phương trình (2.132) và (2.133) một cách tương ứng.

Dạng tổng quát của bề mặt phá hủy, $f(I_1, J_2, J_3) = 0$ hoặc $f(\xi, \rho, \theta) = 0$, trong không gian ứng suất ba chiều có thể được mô tả bởi các hình dáng

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

mặt cắt ngang của nó trong những mặt phẳng lệch và các kinh tuyế̄n của nó trong những mặt phẳng kinh tuyế̄n. Những mặt cắt ngang của các bề mặt phá hủy là những đường cong giao tuyế̄n giữa bề mặt này và mặt phẳng lệch vuông góc với trục thủy tĩnh với $\xi = \text{const}$. Các kinh tuyế̄n của bề mặt phá hủy là các đường cong giao tuyế̄n giữa bề mặt này và mặt phẳng chứa trục thủy tĩnh (mặt phẳng kinh tuyế̄n).

Đối với vật liệu đằng hướng, các nhãn hiệu 1, 2, 3 được gắn cho các trục tọa độ là tùy ý; điều này làm cho hình dáng mặt cắt ngang của bề mặt phá hủy phải có ba trục đối xứng như được biểu thị trong hình 2.19b. Do đó, khi biểu diễn các thí nghiệm, chỉ cần khảo sát tỉ mỉ một cung có $\theta = 0^\circ$ đến 60° , những cung còn lại sẽ được suy ra từ tính chất đối xứng.

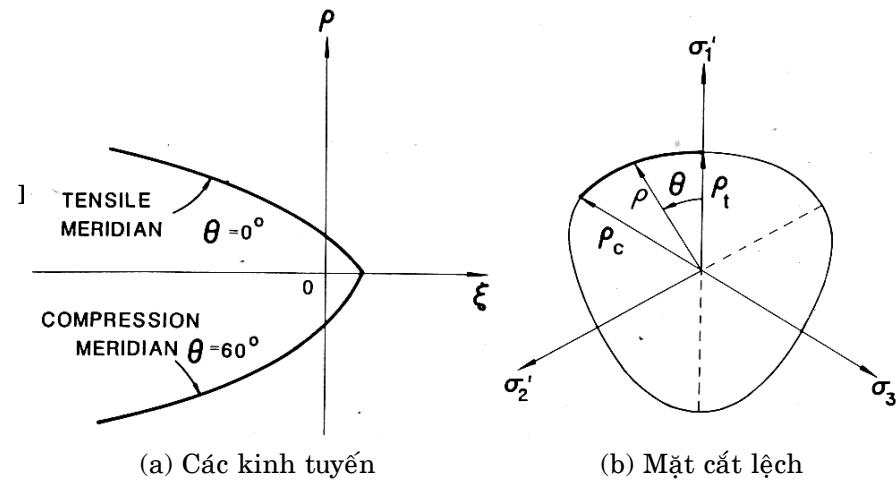
Cung tiêu biểu được biểu thị trong hình 2.19b, bởi đường đậm tương ứng với quy ước về thứ tự của các ứng suất chính, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Trong thứ tự này có hai trường hợp đặc biệt:

$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2.166)$$

và

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad (2.167)$$

tương ứng với $\theta_1 = 60^\circ$ và $\theta_2 = 0^\circ$. Để biểu diễn điều này, ta thay thế các phương trình (2.166) và (2.167) vào phương trình (2.115) và lần lượt nhận được



Hình 2.19. Dạng tổng quát của bề mặt phá hủy
đối với vật liệu đằng hướng.

Lý thuyết dẻo kỹ thuật

$$\cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s_1}{\sqrt{J_2}} = \frac{2\sigma_1 - \sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{2}{6}(\sigma_1 - \sigma_3)^2}} = \frac{1}{2}$$

và

$$\cos \theta_2 = \frac{2\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{2}{6}(\sigma_1 - \sigma_3)^2}} = 1$$

Kinh tuyến tương ứng với $\theta_1 = 60^\circ$ được gọi là *kinh tuyến nén* trong đó phương trình (2.166) giới thiệu một trạng thái ứng suất tương ứng với trạng thái ứng suất thủy tĩnh với ứng suất nén được đặt chồng theo mỗi hướng. Kinh tuyến được định bởi $\theta = 0^\circ$, tương ứng với phương trình (2.167), giới thiệu một trạng thái ứng suất tương ứng với trạng thái ứng suất thủy tĩnh với ứng suất kéo được đặt chồng theo mỗi hướng và do đó được gọi là kinh tuyến kéo.

Hơn nữa, kinh tuyến được định bởi $\theta = 30^\circ$ đôi khi được gọi là *kinh tuyến trượt*. Nó cũng suy ra từ việc xác định $\cos\theta$ trong phương trình (2.115) và làm phương trình này được thỏa đổi với $\theta = 30^\circ$, khi các ứng suất là $\sigma_1, (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, và σ_3 , đây là trạng thái ứng suất trượt thuần túy $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3, 0, \sigma_3 - \sigma_1)$ và được đặt chồng thêm một trạng thái ứng suất thủy tĩnh $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$.

Dựa trên những khảo sát ở trên, một dạng tổng quát của bề mặt phá hủy đối với vật liệu đẳng hướng có thể được minh họa trong không gian ứng suất *Haigh-Westergaard* như được biểu diễn trong hình 2.19a. Chúng ta sẽ khảo sát việc này chi tiết hơn trong các chương sau.

2.3.2. Tiêu chuẩn ứng suất kéo cực đại (*Rankine*)

Tiêu chuẩn ứng suất kéo cực đại của *Rankine*, được đề nghị từ năm 1876, nói chung được thừa nhận cho đến ngày nay để xác định có sự phá hủy kéo xảy ra đối với vật liệu giòn hay không. Theo tiêu chuẩn này, phá hủy giòn xảy ra khi ứng suất chính cực đại ở một điểm bên trong vật liệu đạt đến giá trị bằng với độ bền kéo σ_0 như được tìm thấy trong thí nghiệm kéo đơn trực, mà không cần quan tâm đến các ứng suất pháp hoặc tiếp ở trên các mặt phẳng khác đi qua điểm này. Các phương trình cho bề mặt phá hủy được xác định theo tiêu chuẩn này là

$$\sigma_1 = \sigma_0, \quad \sigma_2 = \sigma_0, \quad \sigma_3 = \sigma_0 \quad (2.168)$$

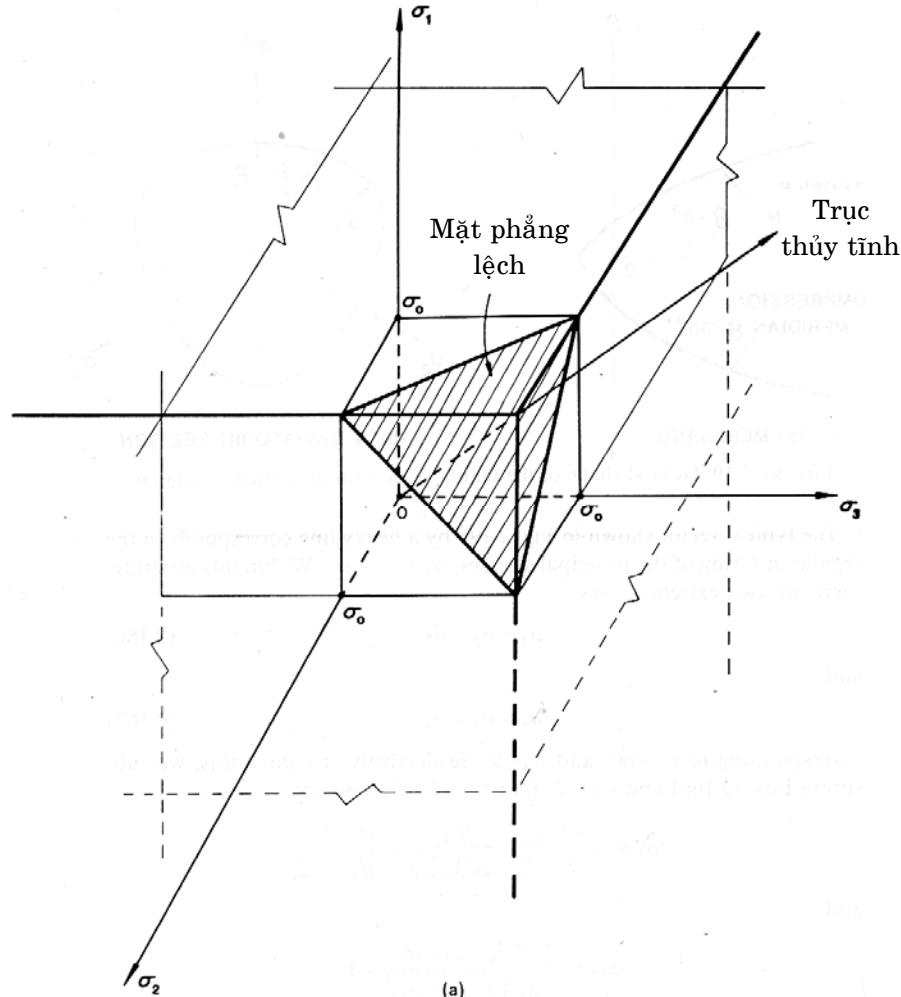
chúng tạo ra ba mặt phẳng lần lượt vuông góc với các trục σ_1, σ_2 và σ_3 như được biểu diễn trên hình 2.20a. Bề mặt này sẽ được xem như là bề

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

mặt phá hủy kéo hoặc *giới hạn kéo* đơn trực. Khi các biến ξ , ρ , θ hoặc I_1 , J_2 , θ được dùng, bề mặt phá hủy có thể được mô tả một cách đầy đủ bởi các phương trình sau đây bên trong miền $0 \leq \theta \leq 60^\circ$ bằng cách dùng phương trình (2.123).

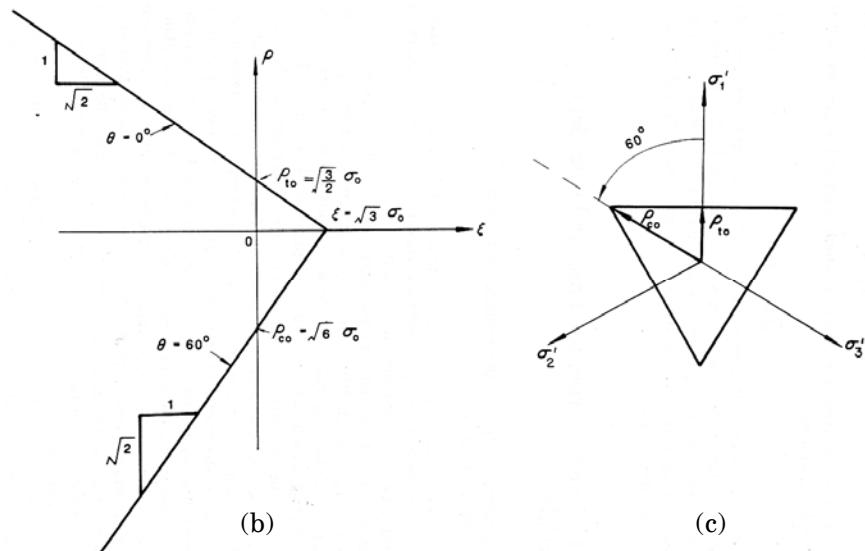
$$f(I_1, J_2, \theta) = 2\sqrt{3J_2} \cos \theta + I_1 - 3\sigma_0 = 0 \quad (2.169)$$

hoặc một cách tương tự

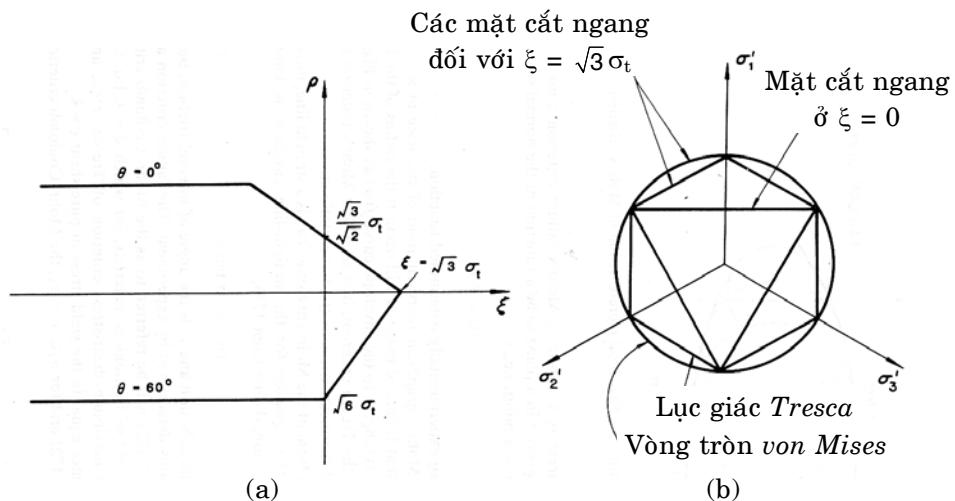


Hình 2.20. (a) Tiêu chuẩn ứng suất chính cực đại Rankine;
Các mặt cắt ngang của tiêu chuẩn Rankine: (b) mặt phẳng
kinh tuyến ($\theta = 0^\circ$); (c) mặt phẳng π .

Lý thuyết dẻo kỹ thuật



Hình 2.20. (b) và (c).



Hình 2.21. Tiêu chuẩn Tresca và von Mises với giới hạn kéo:
 (a) mặt cắt kinh tuyến ($\theta = 0^\circ$); (b) các mặt cắt ngang.

$$f(\xi, \rho, \theta) = \sqrt{2} \rho \cos \theta + \xi - \sqrt{3} \sigma_0 = 0 \quad (2.170)$$

Các hình (2.20b và c) biểu thị hình dáng mặt cắt ngang trên mặt phẳng π ($\xi = 0$) và các kinh tuyến kéo ($\theta = 0^\circ$) và nén ($\theta = 60^\circ$) của bề mặt phá hủy.

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

Như chúng ta biết, vài vật liệu phi kim loại, như bê tông, đá, và đất, có độ bền nén tốt. Dưới tác động của tải nén với áp suất chồng chập, loại vật liệu này thậm chí có thể biểu thị vài ứng xử phá hủy dẻo và trượt. Tuy nhiên, dưới tác động của tải kéo ứng xử phá hủy giòn với độ bền kéo rất thấp được ghi nhận. Do đó, tiêu chuẩn *Rankine* đôi khi được kết hợp với tiêu chuẩn *Tresca* hoặc *von Mises* để xấp xỉ ứng xử phá hủy của các vật liệu như thế. Các tiêu chuẩn kết hợp được xem như tiêu chuẩn *Tresca* hoặc *von Mises* với giới hạn kéo, và sự những biểu diễn đồ họa của chúng bao gồm hai bề mặt, tương ứng với ứng xử kết hợp của sự phá hủy trượt khi chịu nén và sự phá hủy khi chịu kéo. Một thí dụ của những bề mặt phá hủy như thế được biểu diễn trong hình 2.21, trong đó độ bền nén được giả sử lớn gấp ba lần độ bền kéo.

2.3.3. Tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb*

Tiêu chuẩn *Mohr*, được đề nghị từ 1900, có thể được xem như phiên bản được tổng quát hóa của tiêu chuẩn *Tresca*. Cả hai tiêu chuẩn đều dựa trên giả thiết rằng ứng suất tiếp cực đại là thước đo quyết định duy nhất của sự phá hủy sắp xảy đến. Tuy nhiên, trong khi tiêu chuẩn *Tresca* giả sử rằng giá trị giới hạn của ứng suất tiếp là hằng số, tiêu chuẩn phá hủy *Mohr* xem ứng suất tiếp giới hạn τ trong một mặt phẳng là một hàm của ứng suất pháp σ trong cùng mặt phẳng ở một điểm, nghĩa là,

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (2.171)$$

ở đây $f(\sigma)$ là một hàm được xác định bằng thí nghiệm.

Về mặt biểu diễn đồ thị theo *Mohr* của trạng thái ứng suất, phương trình (2.171) có nghĩa là sự phá hủy của vật liệu sẽ xảy ra nếu bán kính của vòng tròn chính lớn nhất tiếp với đường cong bao $f(\sigma)$ như được biểu thị trong hình 2.22. Trái với tiêu chuẩn *Tresca*, tiêu chuẩn *Mohr* kể đến ảnh hưởng của ứng suất trung bình hoặc ứng suất thủy tĩnh.

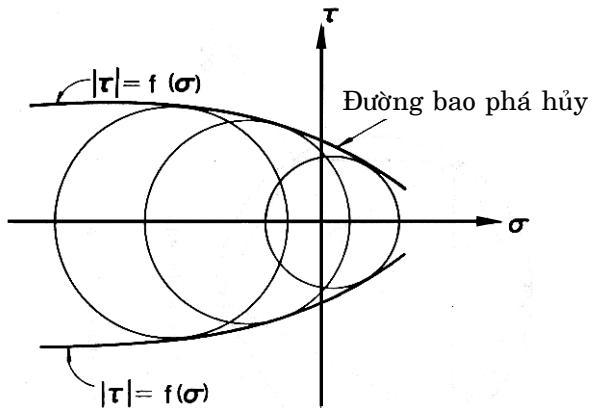
Dạng đơn giản nhất của đường bao *Mohr* $f(\sigma)$ là đường thẳng, được minh họa trong hình 2.23. Phương trình cho đường bao thẳng được *Coulomb* đề nghị vào 1773,

$$|\tau| = c - \sigma \tan \phi \quad (2.172)$$

trong đó c là lực dính kết và ϕ là góc ma sát nội; cả hai là các hằng số vật liệu và được xác định bằng thí nghiệm. Tiêu chuẩn phá hủy được liên kết với phương trình (2.172) sẽ được xem là tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb*. Trong trường hợp đặc biệt của vật liệu không ma sát, $\phi = 0$, phương trình (2.172) rút gọn về tiêu chuẩn ứng suất tiếp cực đại của

Lý thuyết dẻo kỹ thuật

Tresca, $\tau = c$, và lực dính kết sẽ bằng với ứng suất chảy trong trượt thuần túy $c = k$.



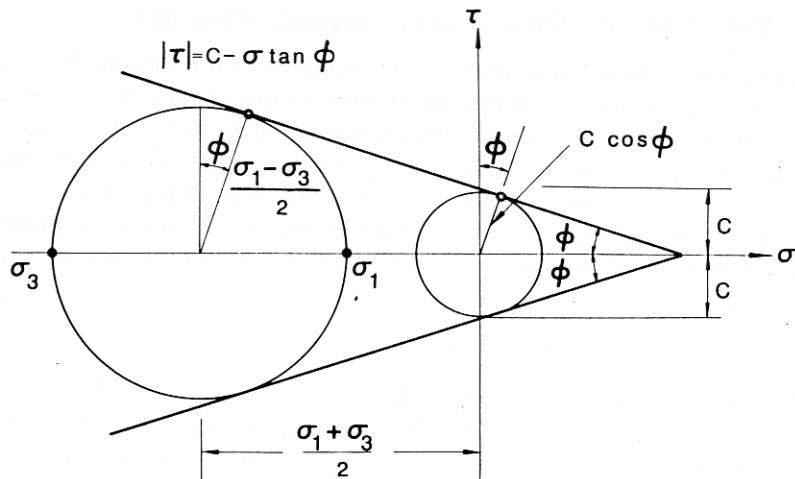
Hình 2.22. Sự biểu diễn đồ thị của tiêu chuẩn Mohr.

Từ phương trình (2.172) và đổi với $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, tiêu chuẩn Mohr-Coulomb có thể được viết như

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \phi = s - \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \phi \right] \tan \phi \quad (2.173)$$

hoặc sắp xếp lại

$$\sigma_1 \frac{1 + \sin \phi}{2c \cos \phi} - \sigma_3 \frac{1 - \sin \phi}{2c \cos \phi} = 1 \quad (2.174)$$



Hình 2.23. Tiêu chuẩn Mohr-Coulomb với đường bao phá hủy thẳng

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

Nếu ta định nghĩa

$$f'_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2.175)$$

$$f'_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi} \quad (2.176)$$

Phương trình (2.174) có thể được rút gọn hơn dưới dạng

$$\frac{\sigma_1}{f'_t} - \frac{\sigma_3}{f'_c} = 1 \quad (2.177)$$

Từ (2.177) ta thấy rằng f'_t và f'_c lần lượt là độ bền khi kéo và nén đơn trực.

Để thuận tiện, đôi khi ta sử dụng thông số m được định nghĩa như

$$m = \frac{f'_c}{f'_t} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2.178)$$

Thế thì phương trình (2.177) có thể được viết dưới dạng

$$m\sigma_1 - \sigma_3 = f'_c \quad \text{đối với } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (2.179)$$

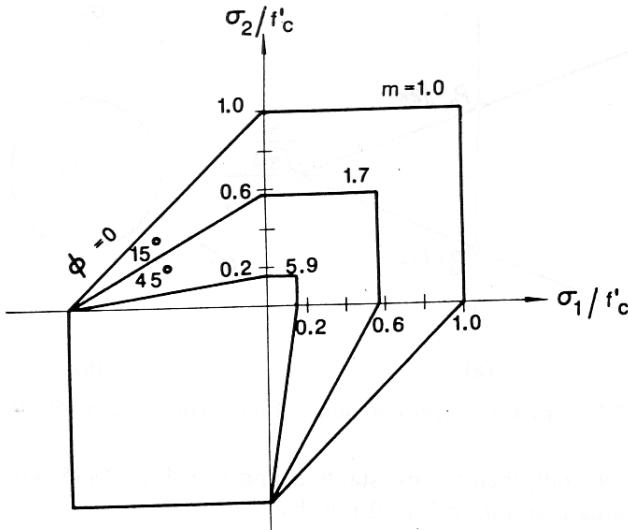
Tương tự như đã làm với tiêu chuẩn Tresca, $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_0$, quỹ đạo phá hủy đối với tiêu chuẩn Mohr-Coulomb trong mặt phẳng (σ_1, σ_2) có thể được vẽ phác dựa trên phương trình (2.179) đối với vài giá trị của m . Các quỹ đạo phá hủy là những lục giác không đều như được biểu diễn trong hình 2.24.

Để biểu thị hình dáng ba chiều của bề mặt phá hủy của tiêu chuẩn Mohr-Coulomb, ta dùng lại phương trình (2.123) và viết lại phương trình (2.174) dưới dạng

$$\begin{aligned} f(l_1, J_2, \theta) &= \frac{1}{3}l_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \\ &+ \sqrt{\frac{J_2}{3}} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \sin \phi - c \cos \phi = 0 \end{aligned} \quad (2.180)$$

hoặc một cách tương đương theo các biến ξ, ρ, θ :

Lý thuyết dẻo kỹ thuật



Hình 2.24. Tiêu chuẩn Mohr-Coulomb trong mặt phẳng $\sigma_3 = 0$.

$$\begin{aligned} f(\xi, \rho, \theta) &= \sqrt{2}\xi \sin\phi + \sqrt{3}\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \\ &+ \rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \sin\phi - \sqrt{6}c \cos\phi = 0 \end{aligned} \quad (2.181)$$

với $0 \leq \theta \leq \pi/3$.

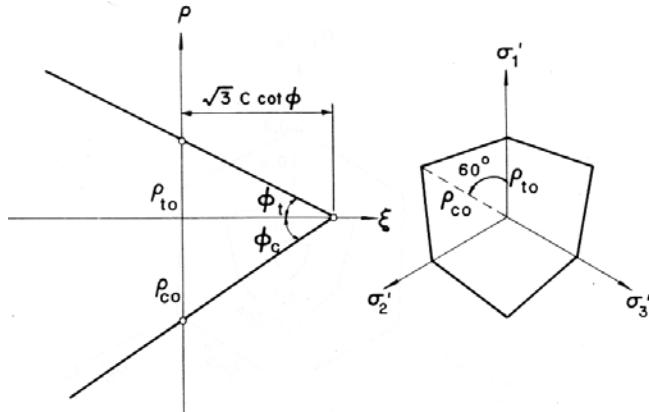
Trong không gian ứng suất chính, phương trình trên biểu diễn một hình chóp lục giác không đều. Các kinh tuyến của nó là những đường thẳng (hình 2.25a), và mặt cắt ngang của nó trong mặt phẳng π là lục giác không đều (hình 2.25b). Để vẽ lục giác này chỉ cần hai chiều dài tiêu biểu: ρ_{t0} và ρ_{c0} , chúng có thể nhận được một cách trực tiếp từ phương trình (2.181) với $\xi = 0$, $\theta = 0^0$, $\rho = \rho_{t0}$ và $\xi = 0$, $\theta = 60^0$, $\rho = \rho_{c0}$. Bằng cách dùng các phương trình (2.175) và (2.176), ta có những dạng khác cho ρ_{t0} và ρ_{c0} trên mặt phẳng π :

$$\rho_{t0} = \frac{2\sqrt{6}c \cos\phi}{3 + \sin\phi} = \frac{\sqrt{6}f'_c(1 - \sin\phi)}{3 + \sin\phi} \quad (2.182)$$

$$\rho_{c0} = \frac{2\sqrt{6}c \cos\phi}{3 - \sin\phi} = \frac{\sqrt{6}f'_c(1 - \sin\phi)}{3 - \sin\phi} \quad (2.183)$$

và tỷ số của các chiều dài này được cho bởi

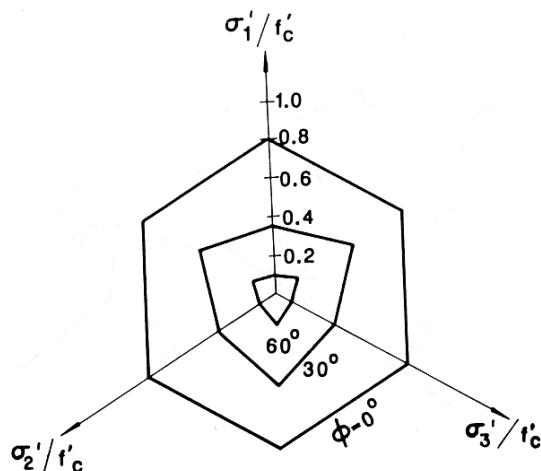
Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy



(a) Mặt phẳng kinh tuyến $\theta = 0^\circ$ (b) Mặt phẳng π
Hình 2.25. Biểu diễn đồ thị của tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb* trong không gian ứng suất chính.

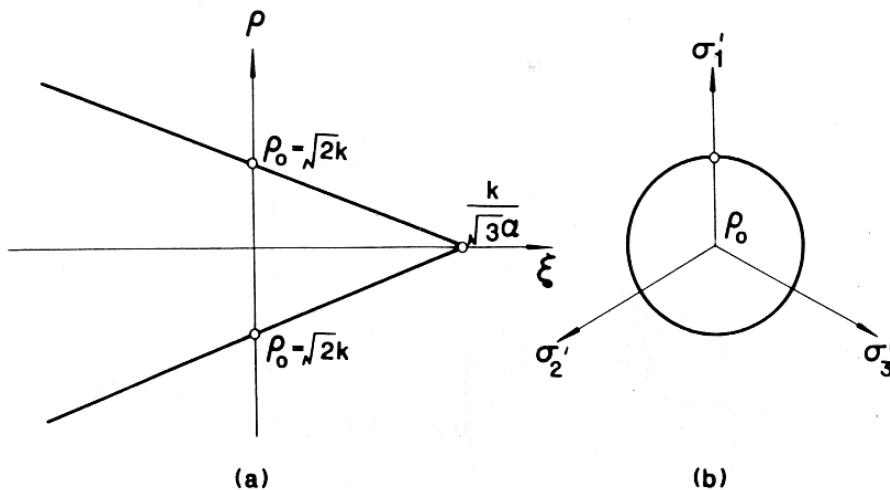
$$\frac{\rho_{t0}}{\rho_{c0}} = \frac{3 - \sin\phi}{3 + \sin\phi} \quad (2.184)$$

Một họ các mặt cắt ngang *Mohr-Coulomb* trong mặt phẳng π đối với vài giá trị của ϕ được cho trong hình 2.26, ở đây các ứng suất đã được bình thường hóa đối với độ bền nén f'_c . Rõ ràng, các lục giác được biểu thị trong hình 2.24 là các giao tuyến của hình chóp với mặt phẳng tọa độ $\sigma_3 = 0$. Khi $f'_c = f'_t$ (hoặc một cách tương đương, khi $\phi = 0$ hay $m = 1$), lục giác trên nên đồng nhất với lục giác *Tresca*.



Hình 2.26. Các đường phá hủy đối với tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb* trong các mặt phẳng lệch.

Lý thuyết dẻo kỹ thuật



Hình 2.27. Tiêu chuẩn Drucker–Prager:

(a) mặt phẳng kinh tuyến, $\theta = 0^\circ$; (b) mặt phẳng π .

Để thu được sự xấp xỉ tốt hơn khi các ứng suất kéo xảy ra, đôi khi ta kết hợp tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb* với giới hạn bền kéo cực đại. Nên chú ý rằng tiêu chuẩn kết hợp này là tiêu chuẩn ba thông số. Ta cần hai trạng thái ứng suất để xác định các giá trị của c và ϕ và một trạng thái ứng suất để xác định ứng suất kéo cực đại.

2.3.4. Tiêu chuẩn *Drucker–Prager*

Như chúng ta đã thấy, tiêu chuẩn phá hủy *Mohr-Coulomb* có thể được xem là tiêu chuẩn *Tresca* được tổng quát hóa bằng cách kể đến ảnh hưởng của ứng suất thủy tĩnh. Tiêu chuẩn *Drucker-Prager*, được phát biểu vào năm 1952, là sự hiệu chỉnh đơn giản của tiêu chuẩn *von Mises*, ở đây ảnh hưởng của thành phần ứng suất thủy tĩnh đến sự phá hủy được giới thiệu bởi sự xuất hiện thêm một số hạng trong biểu thức *von Mises* để có

$$f(l_1, J_2) = \alpha l_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (2.185)$$

Sử dụng các biến ξ và ρ dẫn đến

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6} \alpha \xi + \rho - \sqrt{2} k = 0 \quad (2.186)$$

ở đây α và k là những hằng số vật liệu. Khi $\alpha = 0$, phương trình (2.186) sẽ rút gọn về tiêu chuẩn *von Mises*.

Chương 2. Tiêu chuẩn chảy và tiêu chuẩn phá hủy

Bề mặt phá hủy của phương trình (2.186) trong không gian ứng suất chính là hình nón tròn-thẳng. Mặt cắt kinh tuyến và mặt cắt ngang của nó trên mặt phẳng π được biểu diễn trong hình 2.27.

Bề mặt phá hủy lục giác *Mohr-Coulomb* chỉ tiện lợi về mặt toán học trong những bài toán mà một trong sáu mặt của nó được dùng. Nếu thông tin này không được biết trước, các góc của lục giác có thể gây ra sự khó khăn đáng kể và gây ra những phức tạp trong việc thu nhận lời giải số. Tiêu chuẩn *Drucker-Prager*, xem như là một phép xấp xỉ tròn của tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb*, có thể được làm cho phù hợp với tiêu chuẩn *Mohr-Coulomb* bằng cách hiệu chỉnh kích thước của mặt nón. Thí dụ, nếu vòng tròn *Drucker-Prager* được làm cho phù hợp với các đỉnh ngoài của lục giác *Mohr-Coulomb*, nghĩa là, hai bề mặt được làm cho trùng nhau dọc theo kinh tuyến nén ρ_c , ở đây $\theta = 60^\circ$, tiếp theo những hằng số α và k trong phương trình (2.185) được liên hệ với những hằng số c và ϕ trong phương trình (2.174) bởi

$$\alpha = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3-\sin\phi)}, \quad k = \frac{6c\cos\phi}{\sqrt{3}(3-\sin\phi)} \quad (2.187)$$

Mặt nón tương ứng với những hằng số trong phương trình (2.187) ngoại tiếp với hình chóp lục giác và mô tả biên ngoài trên bề mặt phá hủy *Mohr-Coulomb* (hình 2.28). Mặt khác, mặt nón bên trong đi qua kinh tuyến kéo ρ_t , với $\theta = 0$, và sẽ có các hằng số

$$\alpha = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3+\sin\phi)}, \quad k = \frac{6c\cos\phi}{\sqrt{3}(3+\sin\phi)} \quad (2.188)$$

Tuy nhiên, phép xấp xỉ bề mặt phá hủy *Mohr-Coulomb* được cho bởi hoặc mặt nón trong hoặc mặt nón ngoài có thể không tốt đối với trạng thái ứng suất nào đó. Những phép xấp xỉ khác được làm cho phù hợp với một kinh tuyến khác, thí dụ kinh tuyến trượt, có thể tốt hơn.

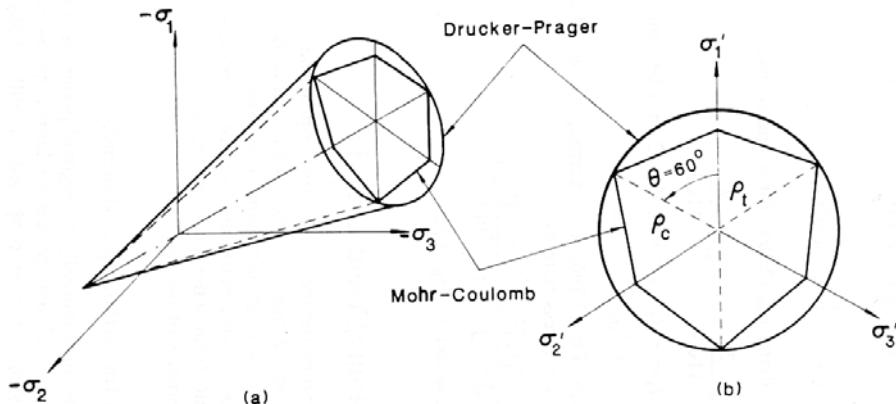
Tiêu chuẩn *Drucker-Prager* đối với trạng thái ứng suất phẳng được giới thiệu bởi giao tuyến của mặt nón tròn với mặt phẳng tọa độ $\sigma_3 = 0$. Thay $\sigma_3 = 0$ vào phương trình (2.185) sẽ dẫn đến

$$\alpha(\sigma_1 + \sigma_2) + \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)} = k \quad (2.189)$$

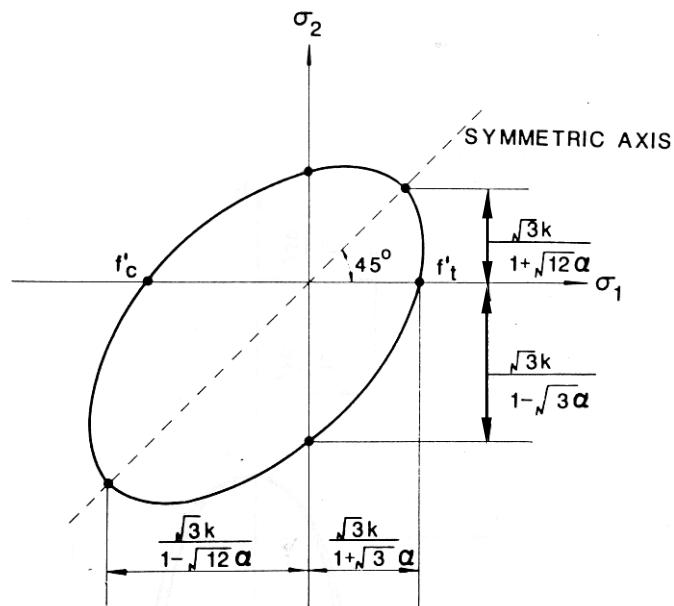
hoặc sắp xếp lại

$$(1-3\alpha)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - (1+6\alpha^2)\sigma_1\sigma_2 + 6k\alpha(\sigma_1 + \sigma_2) - 3k^2 = 0 \quad (2.190)$$

Lý thuyết dẻo kỹ thuật



Hình 2.28. Các tiêu chuẩn Drucker-Prager và Mohr-Coulomb
được làm cho phù hợp: (a) trong không gian ứng suất chính;
(b) trong mặt phẳng lệch.



Hình 2.29. Tiêu chuẩn Drucker-Prager trong mặt phẳng $\sigma_3 = 0$.

nó là một ellipse lệch tâm như được biểu diễn trong hình 2.29.