

Bài tập chương 1

Bài tập

1.1. Đáp ứng σ - ϵ trong kéo đơn trực của vật liệu được xấp xỉ bởi dạng công thức của Ramberg-Osgood

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{b} \right)^n$$

- (a) Tìm *modulus* tiếp tuyến E_t và *modulus* dẻo E_p như là những hàm của ứng suất σ và của biến dạng dẻo ϵ^p .
- (b) Xác định công chảy dẻo W_p như là hàm của ứng suất σ và của biến dạng dẻo ϵ^p .
- (c) Hãy biểu diễn ứng suất σ và *modulus* dẻo E_p dưới dạng công chảy dẻo W_p .
- (d) Ứng suất chảy ban đầu là gì?
- (e) Giả sử $n = 1$, hãy vẽ đường cong σ - ϵ cho việc đặt tải được theo sau bởi sự cất tải hoàn toàn.
- (f) Cho $n = 5$, tìm các ứng suất chảy kéo offset đối với các offset $\epsilon^p = 0,1\%$ và $\epsilon^p = 0,2\%$.

1.2. Đối với vật liệu của bài tập 1.1, cho $n = 4$, $E = 73.000$ Mpa, và $b = 800$ Mpa. Một phân tố vật liệu được làm biến dạng kéo trước đến trạng thái có $\epsilon^p = 0,015$ và được cất tải tiếp sau đó và rồi đặt tải nghịch đảo cho đến khi chảy dẻo ở trạng thái nén bắt đầu; chảy dẻo nén được tiếp tục thêm cho đến khi $\epsilon^p = -0,015$. Vật liệu được giả định là theo: (i) quy luật biến cứng đẳng hướng; (ii) quy luật biến cứng độc lập, cả hai đều với *modulus* dẻo E_p được lấy phụ thuộc vào *modulus* biến cứng đơn κ được định nghĩa như

$$\kappa = \int \left(d\epsilon^p d\epsilon^p \right)^{1/2}$$

- (a) Xác định ứng suất lúc bắt đầu chảy dẻo nén.
- (b) Vẽ đường cong σ - ϵ .

1.3. Đối với vật liệu của bài tập 1.1, cho $n = 3$, $E = 69.000$ Mpa, và $b = 690$ Mpa. Một phân tố vật liệu trước tiên được làm biến dạng kéo trước đến trạng thái 1 với $W_p = 113,85$ kN.m/m³ và được cất tải tiếp sau đó và rồi đặt tải nghịch đảo cho đến khi chảy dẻo nén bắt đầu ở

Lý thuyết dẻo kĩ thuật

trạng thái 2. Tiếp theo, nó được đặt tải với một giá trị ứng suất $d\sigma = -2,07 \text{ Mpa}$ cho đến điểm 3, và rồi với một giá trị ứng suất khác $d\sigma = -2,07 \text{ Mpa}$ cho đến điểm 4. Sau đó, phân tử được cất tải và đặt tải lại ở trạng thái kéo cho đến khi chảy dẻo xảy ra ở trạng thái 5. Vật liệu được giả sử là theo quy luật biến cứng đẳng hướng với *modulus* dẻo E_p được lấy phụ thuộc vào thông số biến cứng κ được định nghĩa như $\kappa = W_p$.

- (a) Xác định ứng suất kéo σ_1 và biến dạng dẻo ε^p_1 ở trạng thái 1.
- (b) Xác định ứng suất σ , biến dạng ε , biến dạng dẻo ε^p , công chảy dẻo W_p , và *modulus* dẻo E_p ở các trạng thái 2, 3, 4.
- (c) Xác định ứng suất σ_5 và *modulus* dẻo E_p ở trạng thái 5.

1.4. Đối với mô hình vật liệu của thí dụ 1.1 (xem hình 1.7), giả sử các thông số vật liệu được chọn là $A_1 = 2/3$, $A_2 = 1/3$, $\sigma_{01} = 138 \text{ MPa}$, $\sigma_{02} = 345 \text{ Mpa}$, và $E = 69000 \text{ Mpa}$. Các biến dạng ở điểm c và f trong hình 1.8 được lấy là $\varepsilon_c = 0,013$ và $\varepsilon_f = 0,011$, và trạng thái h được giả sử tương ứng với giá trị ứng suất nén trong các thanh 2 là $\sigma_{02}/2$.

- (a) Xác định các ứng suất dư trong các thanh 1 và 2 khi $\sigma = 0$ dọc theo lộ trình cất tải f-g và trong quá trình đặt tải lại dọc h-i?
- (b) Xác định ứng suất trong các thanh 2 tương ứng với các trạng thái g và i.
- (c) Tìm các giá trị ứng suất trong các thanh 2, σ_2 , và giá trị biến dạng ε khi ứng suất trong những thanh 1 được giải phóng hoàn toàn ($\sigma_1 = 0$) trong quá trình cất tải dọc lộ trình f-g và trong quá trình đặt tải lại dọc lộ trình h-i.
- (d) Đối với các lộ trình $\sigma-\varepsilon$ trong hình 1.8, hãy vẽ đồ thị biểu diễn quan hệ σ_1 theo σ_2 , biểu thị đường ứng suất tương đương $\sigma = 0$.

1.5. Một phân tử vật liệu biến cứng tuyến tính giống như thí dụ 1.2 không có ứng suất và biến dạng ban đầu, chịu các quá trình đặt tải khác nhau và tạo ra các lộ trình ứng suất được cho dưới đây. Đối với mỗi quy luật biến cứng (trong ba quy luật biến cứng) được khảo sát trong thí dụ 1.2, hãy tìm trạng thái biến dạng cuối cùng, ε , và ε^p đạt được ở cuối của mỗi lộ trình đặt tải. Các giá trị ứng suất được cho với đơn vị là Mpa.

- (i) $\sigma = 0 \rightarrow 414 \rightarrow -414 \rightarrow 0 \rightarrow 414$.
- (ii) $\sigma = 0 \rightarrow 621 \rightarrow 0$.

Chương 1. Giới thiệu

Đối với mỗi trường hợp, hãy trình bày bằng đồ thị những sự biểu diễn các lô trình ứng suất-biến dạng trong không gian $\sigma-\varepsilon$ và $\sigma-\varepsilon^p$.

- 1.6. Đáp ứng $\sigma-\varepsilon$ trong kéo đơn trực đối với vật liệu đàn-dẻo được xấp xỉ bởi đường cong được tuyến tính hóa như sau:

Đàn hồi	$\sigma = E\varepsilon$	$(\varepsilon < \varepsilon_0)$
Đàn-dẻo	$\sigma = \sigma_0 + E_{t1}(\varepsilon - \varepsilon_0)$	$(\varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1)$
	$\sigma = \sigma_1 + E_{t2}(\varepsilon - \varepsilon_1)$	$(\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2)$
Chảy dẻo hoàn toàn	$\sigma = \sigma_2$	$(\varepsilon > \varepsilon_2)$

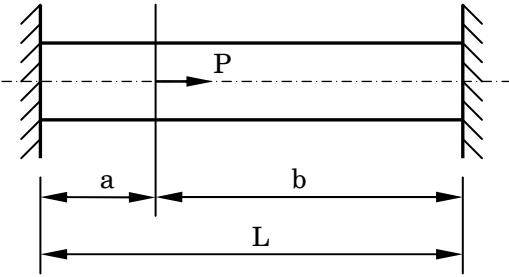
với các hằng số vật liệu được cho là $\sigma_0 = 207$ Mpa, $\varepsilon_0 = 0,001$; $\sigma_1 = 414$ Mpa, $\varepsilon_1 = 0,005$; $\sigma_2 = 587$ Mpa, $\varepsilon_1 = 0,013$. Một phân tố của vật liệu được làm biến dạng kéo trước đến trạng thái A với $\varepsilon_A = 0,015$ và tiếp theo được cất tải cho đến khi chảy dẻo nén bắt đầu ở trạng thái C. Duy trì chảy dẻo nén tiếp tục cho đến khi $\varepsilon^p = 0$. Vật liệu được giả sử là biến cứng động học, với modulus dẻo E_p được lấy phụ thuộc vào thông số biến cứng đơn κ như được định nghĩa dưới đây.

- (a) Hãy vẽ đường cong đặt tải-cất tải nghịch đảo $\sigma-\varepsilon^p$ đối với mỗi giả thiết sau đây : (i) $\kappa = \int (d\varepsilon^p d\varepsilon^p)^{1/2}$; (ii) $\kappa = \varepsilon^p$ (đối với $\varepsilon^p \geq 0$); (iii) $\kappa = \int \sigma d\varepsilon^p$; (iv) $\kappa = \int (\sigma - \alpha) d\varepsilon^p$ với α (có đơn vị ứng suất) là tâm của miền đàn hồi hiện hành.
- (b) Xác định các giá trị σ và ε khi $\varepsilon^p = 0$ trong quá trình chảy dẻo nén nghịch đảo đối với từng giả thiết trong bốn giả thiết ở câu (a).

- 1.7. Một thanh với hai được ngàm chịu tác động của lực dọc trục P ở điểm cách đầu trái một khoảng a và cách đầu trái một khoảng b, với $a < b$ như được biểu diễn trong hình B1.7. Thanh được làm bằng vật liệu đàn-dẻo lý tưởng với ứng suất chảy σ_y . Lực dọc trục đầu tiên được gia tăng từ 0 đến khi chảy dẻo xảy ra trong toàn bộ thanh, và rồi được cất tải đến zero, sau đó đặt tải lại theo hướng nghịch đảo.

- (a) Xác định tải giới hạn đàn hồi P_e và tải giới hạn dẻo P_p trong quá trình đặt tải.
- (b) Xác định ứng suất dư và biến dạng dẻo trong thanh khi tải dọc trục P được giảm đến zero.

Lý thuyết dẻo kĩ thuật



Hình B1.7. Hình bài tập 1.7

- (c) Xác định tải giới hạn dẻo P_p trong quá trình đặt tải nghịch đảo.
- (d) Hãy vẽ đường cong u cho chu trình đặt tải-dặt tải nghịch đảo đối với trường hợp $b = 2a$, ở đây u là chuyển vị dọc trực của thanh ở thời điểm tải đang xét.
- 1.8. Dùng bảng của các cosine chỉ phương (ℓ_{ij}) như được cho trong thí dụ 1.4 (bảng 1.4), hãy chứng tỏ rằng hai mặt phẳng sau đây trùng nhau:
$$2x_1 - \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 1 \quad \text{trong hệ trục } x_i$$

$$\frac{47}{25}x'_1 + \frac{14}{15}x'_2 - \frac{21}{25}x'_3 = 1 \quad \text{trong hệ trục } x'$$
- 1.9. Nếu $B_i = A_i/(A_j A_j)^{1/2}$, chúng tỏ rằng B_i là vector đơn vị.
- 1.10. Những mối quan hệ được cho như sau:
$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$$

$$J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$$

ở đây σ_{ij} và s_{ij} là những tensor bậc hai đối xứng, hãy chứng tỏ rằng (a) $s_{ii} = 0$ và (b) $\partial J_2 / \partial \sigma_{ij} = s_{ij}$.

- 1.11. Chứng minh rằng không có cặp vector A_i và B_i để mà $\delta_{ij} = A_i B_j$.
- 1.12. Chúng tỏ rằng một tensor bậc hai bất kỳ σ_{ij} có thể được viết dưới dạng
$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \alpha\delta_{ij}$$

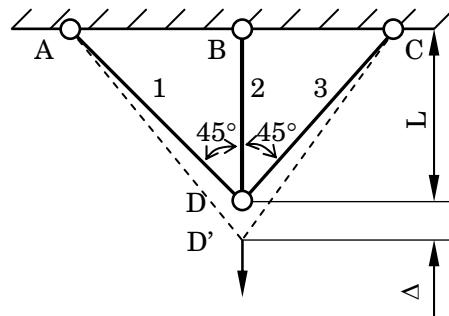
ở đây $s_{ii} = 0$.

- 1.13. Xét hệ giàn phẳng đối xứng gồm có ba thanh với diện tích mặt cắt ngang A và chịu tác động của một tải thẳng đứng P ở điểm D như trong hình B1.13. Các thanh được làm bằng vật liệu đàn-dẻo lý tưởng với modulus đàn hồi E và ứng suất chảy σ_0 . Khi Tải P được

Chương 1. Giới thiệu

gia tăng một cách liên tục, thanh 2 sẽ được chảy dẻo trước tiên ở trạng thái a (P_a, Δ_a), và tiếp theo các thanh 1 và 3 được chảy dẻo ở trạng thái b (P_b, Δ_b). Chảy dẻo xảy ra ở tải hằng P_b cho đến điểm D có một lượng chuyển vị thêm $\sigma_0 L/E$ (trạng thái c); rồi P được cắt tải hoàn toàn (trạng thái d). Sau đó, tải P được gia tăng theo hướng ngược lại cho tới khi tất cả ba thanh được chảy dẻo nghịch đảo (trạng thái f).

- (a) Hãy tìm các ứng suất dư và biến dạng dư ở trạng thái d cho ba thanh trong hệ giàn.
- (b) Hãy tìm tải chảy dẻo nghịch đảo.
- (c) Vẽ đường cong của tải theo chuyển vị của nút D (P theo Δ) đối với toàn bộ chương trình đặt tải-cắt tải-đặt tải nghịch đảo.
- (d) Tham khảo mô hình thanh song song của thí dụ 1.1, kết luận gì có thể rút ra từ mô hình giàn này?



Hình B1.13. Hình bài 1.13.

Lý thuyết dẻo kỹ thuật