

## BÀI TẬP CHƯƠNG IV

### Bài 1.

Kiểm tra phương trình (d) ở mục 4.1 trong trường hợp

$$\phi = x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = r^4 \cos 2\theta$$

### Bài 2.

Nêu ý nghĩa của hàm ứng suất  $C\theta$  với  $C$  là hằng số. Áp dụng cho 1 vòng (ring)  $a < r < b$ , và 1 tâm vô hạn.

Một vòng (ring) ngàm tại  $r = a$  và chịu 1 lực cắt (shear) đều theo chu vi tại  $r = b$  tạo nên 1 moment (couple)  $M$ . Sử dụng các công thức (4.13), (4.14), (4.15) tìm biểu thức chuyển vị v tại  $r = b$ .

### Bài 3.

Trong bài toán ở hình 4. 6, chỉ ra rằng nếu bán kính trong  $a$  nhỏ so với bán kính ngoài  $b$  thì giá trị của  $\sigma_\phi$  ở bên trong cho bởi

$$\frac{\alpha E}{4\pi} \left(1 - 2 \ln \frac{b}{a}\right)$$

Và quá lớn, sẽ có giá trị âm khi  $\alpha$  dương.

Tính lỗ hổng lớn nhất (giá trị của  $\alpha$ ) có thể bị khép lại mà không vượt quá giới hạn đàn hồi, nếu  $b/a = 10$ ,  $E = 3 \times 10^7$  psi, giới hạn đàn hồi  $= 4 \times 10^4$ .

### Bài 4.

Tìm ứng suất trong 1 tấm vô hạn có lỗ bằng cách cộng tác dụng từ công thức (4.26) khi ứng suất tĩnh ở vô cực là ứng suất kéo đều có giá trị bằng  $S$  theo cả 2 phương x và y. Kết quả phải giống với phương trình (4.8) cho trường hợp đặc biệt  $b/a \rightarrow \infty$ ,  $p_i = 0$ ,  $p_0 = S$ .

### Bài 5.

Tìm công thức chuyển vị tương ứng với ứng suất (4.26) và kiểm tra rằng chúng đơn trị.

### Bài 6.

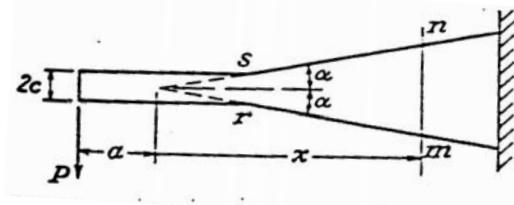
Chuyển các hàm ứng suất (a) ở mục 4.10 sang hệ tọa độ Descartes vuông góc và từ đó đưa ra công thức tính ứng suất  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  tương đương với sự phân bố ứng suất ở công thức (4.30'). Chỉ ra rằng các giá trị này tiến tới zero khi khoảng cách từ lực ( $r$ ) tăng theo bất kỳ phương nào.

**Bài 7.**

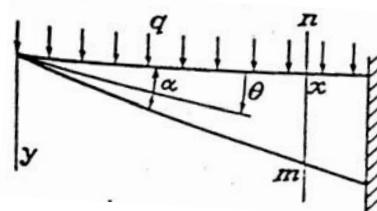
Chứng tỏ bằng cách tính giá trị của nội lực tổng do phân bố ứng suất như (f) mục 4.13 sẽ đúng với tải gây ra bởi moment  $M$  đặt tại đỉnh nêm trong trường hợp uốn thuần.

**Bài 8.**

Tìm ứng suất  $\sigma_x$  tại mặt cắt mn ở hình 1. Lý thuyết nêm chương này và lý thuyết dầm console ở chương 3 cho các kết quả phân bố ứng suất khác nhau tại chỗ nối rs. Giải thích.



Hình 1



Hình 2

**Bài 9.**

Xác định giá trị hằng số C trong hàm ứng suất

$$\phi = C[r^2(\alpha - \theta) + r^2 \sin \theta \cos \theta - r^2 \cos^2 \theta \tan \alpha]$$

Thỏa điều kiện cạnh trên và dưới của tâm tam giác cho ở hình 2. Tính các thành phần ứng suất  $\sigma_x, \tau_{xy}$  tại mặt cắt thẳng đứng mn. Vẽ đường cong cho trường hợp  $\alpha = 20^\circ$ .

**Bài 10.**

Xác định giá trị hằng số C trong hàm ứng suất

$$\phi = Cr^2[\cos 2\theta - \cos 2\alpha]$$

Thỏa điều kiện sau:

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = s \quad (\theta = \alpha)$$

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = -s \quad (\theta = -\alpha)$$

**Bài 11.**

Tìm hàm ứng suất

$$a_3 r^3 \cos 3\theta + b_1 r^3 \cos \theta$$

Thỏa mãn các điều kiện:

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = sr \quad (\theta = \alpha)$$

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = -sr \quad (\theta = -\alpha)$$

Trong đó: s là hằng số.

**Bài 12.**

Tìm hàm ứng suất

$$a_4 r^4 \cos 4\theta + b_2 r^4 \cos 2\theta$$

Thỏa mãn các điều kiện:

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = sr^2 \quad (\theta = \alpha)$$

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = -sr^2 \quad (\theta = -\alpha)$$

Trong đó: s là hằng số.

**Bài 13.**

Từ hàm ứng suất

$$\phi = -\frac{p}{2\pi} ((x^2 + y^2) \arctan \frac{y}{x} - xy)$$

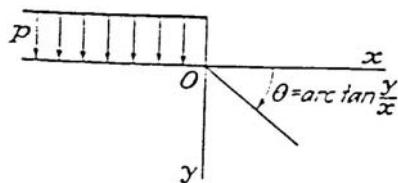
Tính các thành phần ứng suất:

$$\sigma_x = -\frac{p}{\pi} \left( \arctan \frac{y}{x} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right)$$

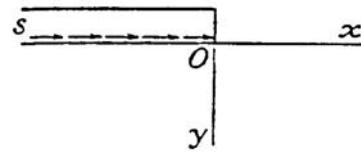
$$\tau_{xy} = -\frac{p}{\pi} \left( \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right)$$

$$\sigma_y = -\frac{p}{\pi} \left( \arctan \frac{y}{x} - \frac{xy}{x^2 + y^2} \right)$$

Và chỉ ra rằng nó thỏa điều kiện trên cạnh  $y = 0$  của tấm bán vô hạn ở hình 3. Tải trọng kéo dài ra vô cực phia trái.



Hình 3



Hình 4

**Bài 14.**

Chứng tỏ hàm ứng suất sau

$$\phi = \frac{s}{\pi} \left[ \frac{1}{2} y^2 \log(x^2 + y^2) + xy \arctan \frac{y}{x} - y^2 \right]$$

Thỏa điều kiện trên cạnh  $y = 0$  của tấm bán vô hạn ở hình 4. Lực cắt S kéo dài đến vô cực về phia trái trục x.

**Bài 15.**

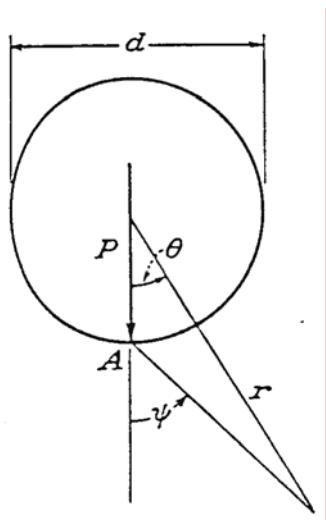
Chứng tỏ hàm ứng suất sau

$$\phi = -\frac{p}{\pi} \left[ \psi r \sin \theta - \frac{1}{4} (1-v) r \log r \cos \theta - \frac{1}{2} r \theta \sin \theta + \frac{d}{4} \log r - \frac{d^2}{32} (3-v) \cos \theta \right]$$

Thỏa điều kiện biên đối với 1 lực P tác dụng ở lõi của 1 tấm vô hạn có ứng suất triệt tiêu ở vô cực. Chứng minh ứng suất chu vi dọc theo lõi là

$$\frac{P}{\pi d} [2 + (3-v) \cos \theta]$$

Trừ điểm A (hình 5).



Hình 5.