

BÀI TẬP CHƯƠNG III

1. Thử tìm hiểu bài toán ứng suất phẳng nào được giải bởi hàm ứng suất:

$$\phi = \frac{3F}{4c} \left(xy - \frac{xy^3}{3c^2} \right) + \frac{P}{2} y^2$$

2. Thử tìm hiểu bài toán ứng suất phẳng nào được giải bởi hàm ứng suất:

$$\phi = -\frac{F}{d^3} xy^2 (3d - 2y)$$

Áp dụng trong miền: $y = 0, y = d, x = 0$, trên phía $x > 0$.

3. Chứng minh rằng: $\phi = \frac{q}{8c^3} \left[x^2 (y^3 - 3c^2 y + 2c^3) - \frac{1}{5} y^3 (y^2 - 2c^2) \right]$

là một hàm ứng suất và hàm ứng suất này giải cho bài toán nào khi áp dụng cho miền: $y = \pm c, x = 0$, trên phía $x > 0$.

4. Hàm ứng suất:

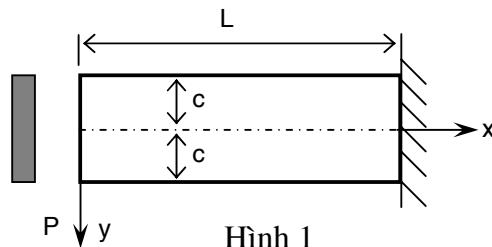
$$\phi = s \left(\frac{1}{4} xy - \frac{xy^2}{4c} - \frac{xy^3}{4c^2} + \frac{ly^2}{4c} + \frac{ly^2}{4c^2} \right)$$

được đề xuất như là lời giải của 1 dầm ($y = \pm c, 0 < x < \ell$) chịu tải bởi lực trượt dọc theo cạnh dưới, cạnh trên và đầu $x = \ell$, không chịu tải. Trong trường hợp nào thì lời giải này chưa hoàn chỉnh? So sánh biểu thức ứng suất với kết quả thu được từ công thức kéo và uốn thuần túy.

5. Xét một dầm như hình vẽ (hình 1) với các điều kiện biên như sau:

tại $x = L, y = 0$: $u = v = 0$

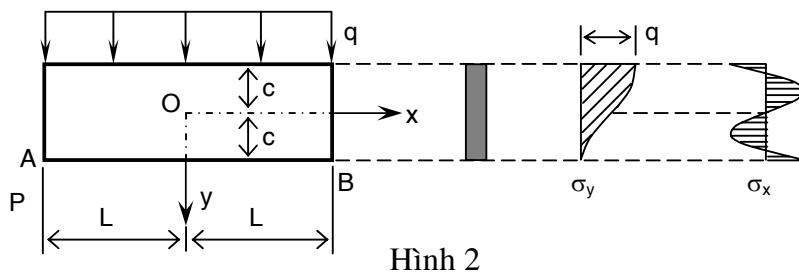
tại $x = L, y = \pm c$: $u = 0$



Chứng tỏ rằng phương trình độ võng cho bởi:

$$(v)_{x=0, y=0} = \frac{PL^3}{3EI} \left(1 + \frac{1}{2} (4 + 5v) \frac{c^2}{L^2} \right)$$

6. Cho dầm như hình vẽ (hình 2) trong đó $q = 0$, chịu tải trọng bản thân. Tìm biểu thức cho các thành phần chuyển vị u và v . Đồng thời tìm biểu thức của sự thay đổi bề dày.



7. Chứng tỏ rằng nếu V là 1 hàm điều hòa phẳng, nghĩa là thỏa phương trình Laplace:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

thì các hàm $\phi = xV$, $\phi = yV$, $\phi = (x^2 + y^2)V$ sẽ thỏa phương trình sau:

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0$$

và là những hàm ứng suất.

8. Chứng tỏ rằng:

$(Ae^{ay} + Be^{-ay} + Cye^{ay} + Dye^{-ay})\sin(\alpha x)$ là 1 hàm ứng suất.

Xuất phát từ biểu thức chuỗi cho ứng suất trong tấm bán vô hạn, $y > 0$, với áp suất vuông góc trên cạnh thẳng ($y = 0$) có phân bố:

$$\sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

chứng tỏ rằng ứng suất σ_x tại một điểm trên biên là ứng suất nén bằng với áp suất tác dụng tại điểm đó. Giả sử rằng ứng suất tiến tới 0 khi y lớn.

9. Xét 1 dầm có tiết diện là hình chữ nhật rộng như hình 3, được duy trì ở trạng thái biến dạng phẳng bằng các lực thích hợp dọc theo các cạnh đứng. P là lực trên một đơn vị bề rộng trên 1 đầu của dầm. Chứng minh rằng các ứng suất σ_x , σ_y , τ_{xy} giống như các kết quả thu được ở mục 3.3.1. (Giáo trình Lý Thuyết Đàn Hồi – Trương Tích Thiện). Tìm biểu thức cho ứng suất σ_z và vẽ phân bố của nó dọc theo các cạnh của dầm. Tìm biểu thức cho các thành phần chuyển vị u và v khi các thành phần theo phương ngang được cố định tại $x = L$.

