

BÀI TẬP CHƯƠNG I

I) Khai triển các biểu thức theo các chỉ số câm:

1) $a_k^2 b_3^k$

a) $k = \overline{1,4}$

b) $k = \overline{1,n}$

2) $a_i b_j^i c^j$

a) $i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4}$

b) $i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}$

3) $\frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial y^k}$

a) $i = \overline{1,3}, k = \overline{1,4}$

b) $i = \overline{1,n}, k = \overline{1,m}$

4)

$$\det \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{pmatrix} = \epsilon^{ijk} a_1^i a_2^j a_3^k \quad i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}, k = \overline{1,3}.$$

5) Khai triển phương trình (1.19) chương I:

$$t_i^{(n)} = \sigma_{ij} n_j, \quad i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}.$$

6) Từ các phương trình (1.36), (1.37), (1.38), (1.39) hãy dẫn ra phương trình (1.40) của chương I.

7) Hãy viết dạng khai triển của (1.40) theo i, j, k với $i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}, k = \overline{1,3}$.

II) Xác định vector ứng suất:

Cho trạng thái ứng suất tại một điểm M trong vật thể là σ_{ij} . Hãy xác định vector ứng suất tại điểm M trên mặt nghiêng có vector pháp tuyến là \vec{n} :

$$8) \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{1}{3}\vec{k}$$

$$9) \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \frac{1}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{1}{3}\vec{k}$$

III) Định luật Hooke

10) Cho vật liệu đàn hồi, đẳng hướng, tuyến tính hình học có:

— Modulus đàn hồi $E = 2.10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

— Hệ số Poisson $\nu = 0,2$.

a) Xác định 2 hằng số Lamé λ và μ của vật liệu.

b) Xác định các thành phần biến dạng của phân tử biến tensor ứng suất:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

11) Cho vật liệu đàn hồi, đẳng hướng, tuyến tính hình học có:

— Modulus đàn hồi $E = 2,65.10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

— Hệ số Poisson $\nu = 0,2$.

a) Xác định 2 hằng số Lamé λ và μ của vật liệu.

b) Xác định các thành phần biến dạng của phân tử biến tensor ứng suất:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$