

BÀI TẬP ĐỘNG LỰC HỌC

I. ĐỘNG LỰC HỌC ĐIỂM:

1. Bàn máy bào khối lượng $m_1 = 700 \text{ kg}$, vật gia công khối lượng $m_2 = 300 \text{ kg}$. Vận tốc ổn định trong hành trình là $v = 0,5 \text{ m/s}$, thời gian lấy đà $t = 0,5 \text{ s}$. Xác định lực cần thiết để lấy đà (xem chuyển động của bàn trong khoảng thời gian này là nhanh dần đều) và lực để duy trì bàn máy chuyển động đều trong quá trình ổn định tiếp theo. Cho biết hệ số ma sát trượt lúc lấy đà là $f_1 = 0,14$; lúc chuyển động đều là $f_2 = 0,07$.

Đáp số: $P_1 = 2374 \text{ N}$; $P_2 = 686,7 \text{ N}$.

2. Một ô tô chở hàng có khối lượng 6 tấn chạy xuống một chiếc phà với tốc độ $21,6 \text{ km/giờ}$, sau đó chuyển động chậm dần thêm 10m thì dừng lại. Tính tổng lực căng của các dây cáp giữa phà (giả thiết luôn luôn căng) .

Đáp số: 10791 N .

3. Một sàng quặng thực hiện dao động đều hòa thẳng đứng với biên độ $a = 5 \text{ cm}$. Xác định tần số k nhỏ nhất của sàng để cho các hạt quặng nhảy được lên khỏi mặt sàng.

4. Một vật nặng rơi xuống giếng mỏ không vận tốc ban đầu, sau thời gian $6,5 \text{ giây}$ người ta nghe thấy tiếng va vào đáy giếng. Cho biết vận tốc của tiếng động là 330 m/s . Tìm độ sâu của giếng .

Đáp số: 175m .

5. Tìm vận tốc rơi lớn nhất của quả cầu có khối lượng $m = 10 \text{ kg}$, có bán kính $R = 8 \text{ cm}$, chuyển động trong không khí chịu lực cản là $R = kSv^2$ (Trong đó S là diện tích thiết diện của vật theo phương chuyển động, v là vận tốc rơi, k là hệ số cản, ở đây lấy $k=0,2352 \text{ Ns}^2/\text{m}^4$).

Đáp số: $v_{\max} = 144 \text{ m/s}$.

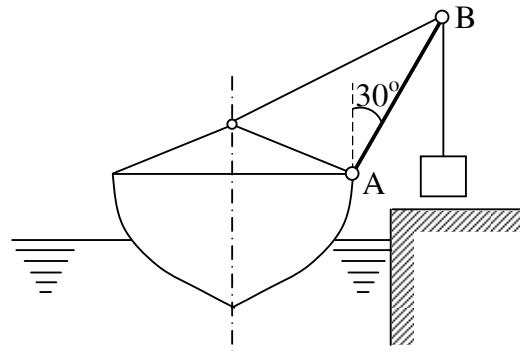
6. Một chất điểm khối lượng m chuyển động thẳng dưới tác dụng của lực thay đổi theo quy luật $F = F_0 \cos \omega t$. Trong đó F_0 và ω là các hằng số. Tìm phương trình chuyển động của chất điểm, biết vận tốc ban đầu của nó là V_0 .

$$\text{Đáp số: } x = \frac{F_0}{m\omega^2} (t - \cos \omega t) + v_0 t.$$

II. CÁC ĐỊNH LÝ TỔNG QUÁT CỦA ĐỘNG LỰC HỌC:

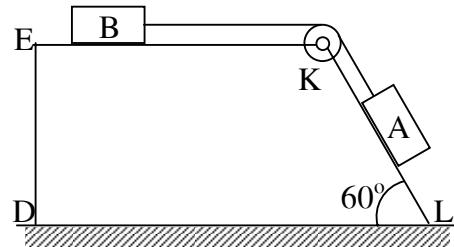
* ĐỊNH LÝ CHUYỂN ĐỘNG KHỐI TÂM:

7. Xác định di chuyển ngang của con tàu mang cần cẩu khi cần AB mang vật nặng có khối lượng bằng 2 tấn cất thẳng đứng lên từ vị trí ban đầu nghiêng góc 30° như hình vẽ: khối lượng của tàu và cần cẩu bằng 20 tấn, chiều dài AB bằng 8 m. Bỏ qua sức cản của nước và khối lượng của cần AB.

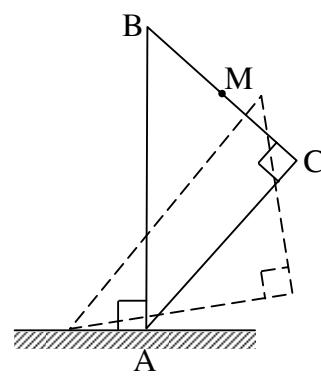


8. Hai vật nặng A và B có khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây mềm, nhẹ và không giãn và được đặt lên các mặt KL và KE của lăng trụ DEKL. Lăng trụ có khối lượng m được đặt trên nền ngang nhẵn và cứng. Tìm di chuyển của lăng trụ khi vật nặng A trượt xuống theo mặt nghiêng KL một đoạn dài S (hình vẽ). Ban đầu hệ đứng yên.

$$\text{Đáp số: } \Delta = \frac{(m_1 \cos 60^\circ + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} S.$$



9. Một tấm đồng chất ABC có hình dạng là một tam giác vuông cân, cạnh huyền AB dài 12 cm được đặt thẳng đứng tựa đỉnh A trên mặt phẳng ngang nhẵn không ma sát. Người ta thả cho tấm phẳng đổ xuống dưới tác dụng của trọng lực. Hãy xác định của quỹ đạo của điểm M nằm chính giữa cạnh bên BC. Chú ý: Trong suốt thời gian chuyển động đỉnh A luôn luôn nằm trên mặt ngang (hình vẽ).

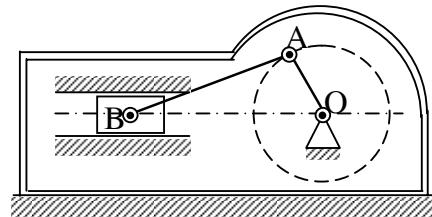


10. Một động cơ hơi nước đặt nằm ngang trên mặt móng nhẵn trơn. Tay quay OA có chiều dài là r và quay đều với vận tốc góc là ω . Thanh truyền có độ dài bằng tay quay ($OA = AB$). Coi khối lượng của các bộ phận chuyển động được thu gọn về thành hai khối lượng m_1 và m_2 tập trung ở đầu tay quay và ở trọng tâm của piston. Khối lượng của vỏ động cơ là m_3 . Xác định chuyển động ngang của vỏ động cơ. Cho biết ban đầu pitông ở vị trí xa nhất về bên trái.

Nếu động cơ được bắt vít chặt xuống nền, tìm áp lực của động cơ lên nền và cắt ngang bulông. Bỏ qua lực căng ban đầu của bulông (xem hình vẽ).

$$\text{Đáp số: } x = \frac{(m_1 + 2m_2)r}{m_1 + m_2 + m_3} (\cos \omega t - 1);$$

$$N = (m_1 + m_2 + m_3)g - m_1 r \omega^2 \sin \omega t; T = (m_1 + 2m_2)r \omega^2 \cos \omega t.$$



* ĐỊNH LÝ ĐỘNG LƯỢNG:

11. Một đầu đạn có khối lượng là $m = 0,02 \text{ kg}$ bay ra khỏi nòng súng với vận tốc $v = 650 \text{ m/s}$. Thời gian đầu đạn chạy trong nòng súng là $t = 0,000955 \text{ s}$. Tiết diện ngang của nòng súng là $\sigma = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Tìm áp suất trung bình của hơi nổ trong nòng súng. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và của áp suất khí quyển.

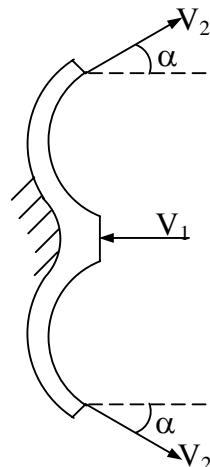
$$\text{Đáp số: } P = 91 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

12. Nòng súng đại bác đặt nằm ngang trọng lượng 110 KN . Trọng lượng viên đạn bằng 540 N . Vận tốc viên đạn lúc ra khỏi miệng súng $v_o = 900 \text{ m/s}$. Xác định vận tốc giật lùi của nòng súng ở thời điểm viên đạn bay ra.

Đáp số: Vận tốc giật lùi của nòng súng bằng $4,42 \text{ m/s}$ và hướng ngược chiều chuyển động của viên đạn.

13. Xác định thành phần áp lực của nước song song với trực đối xứng của cánh cố định của rôto tuabin. Cho biết lưu lượng thể tích của nước là Q và khối lượng riêng của nó là γ . Vận tốc của nước lúc va vào cánh tuabin là v_1 hướng song song với trực đối xứng, vận tốc lúc ra khỏi cánh là v_2 hợp với mặt phẳng đối xứng góc α xem hình vẽ.

$$\text{Đáp số: } N = \gamma Q(v_1 + v_2 \cos \alpha).$$



* ĐỊNH LÝ MOMENT ĐỘNG LUỢNG:

14. Một môtơ điện chịu tác dụng của một ngẫu lực tổng hợp (phát động và cản) có mômen quay là $M = a - b\omega$, trong đó a, b là các hằng số dương còn ω là vận tốc góc môtơ. Mômen quán tính của rôto đối với trục quay hình học là J . Tìm biểu thức vận tốc góc ω trong quá trình mở máy từ trạng thái đứng yên.

15. Để hãm nhanh một vô lăng lớn người ta dùng hãm điện. Khi vô lăng chuyển động dòng điện cảm ứng gây nên một mômen hãm tác dụng vào vô lăng và có giá trị tỷ lệ với vận tốc V trên vành vô lăng $M_1 = kV$, trong đó k là hệ số tỷ lệ. Mômen cản do ma sát gây ra ở trục vô lăng bằng M_2 coi như không đổi. Vô lăng có đường kính D , có mômen quán tính đối với trục quay là J . Lúc bắt đầu hãm vô lăng có tốc độ góc ω_0 . Hỏi sau bao lâu dừng hẳn chuyển động, bỏ qua tác dụng của trọng lực.

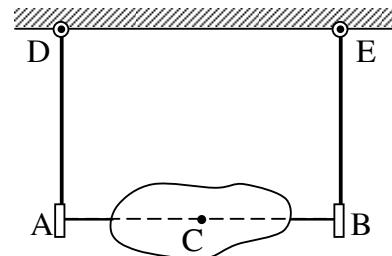
$$\text{Đáp số: } T = \frac{2J}{kD} \ln\left(1 + \frac{kD\omega_0}{2M_2}\right).$$

16. Một vật rắn quay quanh một trục cố định khởi động từ trạng thái đứng yên chịu tác dụng của mômen quay không đổi M và của mômen cản $M_1 = \alpha\omega^2$, trong đó α là hằng số và ω là vận tốc góc của vật. Mômen quán tính của vật đối với trục quay là J . Tìm luật biến thiên của vận tốc góc theo thời gian và tìm giá trị vận tốc góc giới hạn của vật.

$$\text{Đáp số: } \omega = \sqrt{\frac{M}{\alpha}} \frac{e^{\beta t} - 1}{e^{\beta t} + 1}, \text{ trong đó } \beta = \frac{2}{J} \sqrt{\alpha M}.$$

17. Để xác định mômen quán tính của một vật đã cho đối với một trục AB qua khối tâm C của vật, người ta treo vật bằng hai thanh AO và BE gắn cứng vào vật, sao cho AB song song với DE và cùng nằm ngang. Hai thanh AD và BE quay được tự do quanh trục DE cố định (xem hình vẽ). Sau đó cho vật dao động và đo nữa chu kỳ T của dao động. Cho biết trọng lượng của vật là P và khoảng cách giữa AB và DE bằng h . Bỏ qua trọng lượng của hai thanh treo và bỏ qua ma sát ở các khớp quay. Tính mômen quán tính của vật đối với trục AB (hình vẽ).

$$\text{Đáp số: } J = hP\left(\frac{T^2}{\pi^2} - \frac{h}{g}\right).$$



* **ĐỊNH LÝ ĐỘNG NĂNG:**

18. Cho cơ cấu hành tinh như hình vẽ. Các bánh 1, 2, 3 là các đĩa tròn đồng chất, cùng bán kính r , cùng khối lượng m . Tay quay OA được xem là một thanh đồng chất có khối lượng m_1 . Tính động năng của cơ cấu hàm của vận tốc góc tay quay (xem hình vẽ).

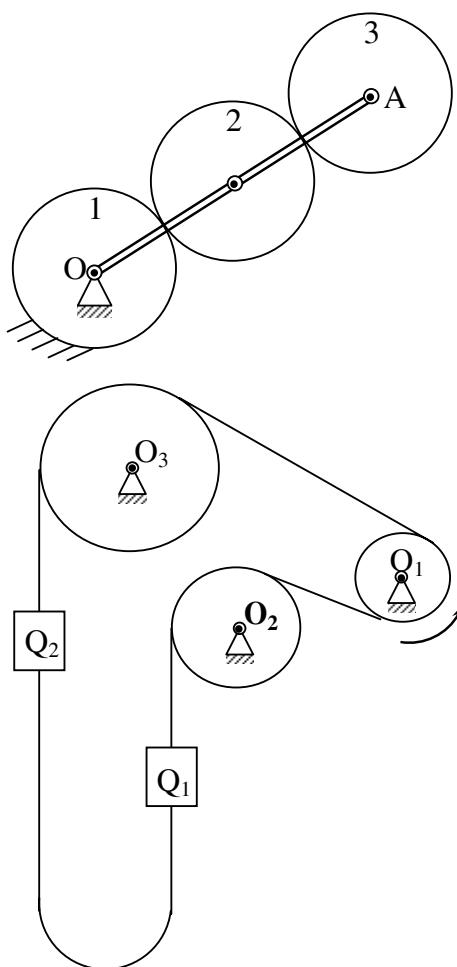
$$\text{Đáp số: } T = (33m + 8m_1) \frac{r^2\omega^2}{3}.$$

19. Một động cơ điện kéo một hệ thống truyền động dùng xích như trên hình vẽ. Hệ thống đó làm việc như sau: lúc mở máy xích bắt đầu chuyển động với gia tốc W , và khi đã đạt được W_{\max} thì giữ nguyên tốc độ đó. Đường kính của trục chính gắn với động cơ bằng $2r_1$, đường kính của hai ròng rọc khác là $2r_2$ và $2r_3$. Đối với trục quay của chúng mômen quán tính của trục quay chính là J_1 , mômen quán tính của các ròng rọc là J_2 và J_3 . Trọng lượng của hòm được kéo lên là Q_1 , của hòm được thả xuống là Q_2 . Mỗi đơn vị dài của dây xích nặng là q và xích có độ dài l . Tính công suất của động cơ trong quá trình mở máy và trong quá trình chạy ổn định $V = V_{\max}$ (xem hình).

$$\text{Đáp số: } W = \left[\left(\frac{Q_1 + Q_2 + ql}{g} + \frac{J_1}{r_1^2} + \frac{J_2}{r_2^2} + \frac{J_3}{r_3^2} \right) W + (Q_1 - Q_2) \right] V.$$

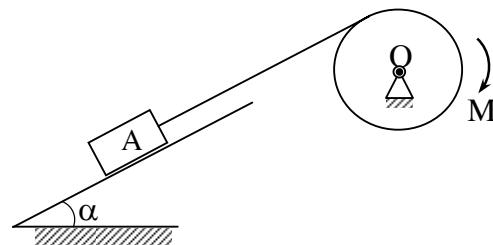
20. Một con lăn đồng chất hình trụ tròn xoay có đường kính 60 cm và có khối lượng 392 kg, chuyển động lăn không trượt trên mặt phẳng ngang do một người đẩy. Lực đẩy P có phương chiều không đổi và hướng theo thanh đẩy AO. Thanh AO dài là 1,5m; độ cao của A so với nền ngang là 1,2m. Bỏ qua ma sát ở ổ trục và ma sát lăn của mặt nền.

- a- Xác định P sao cho khi người đẩy đi được 2m thì trục con lăn đạt vận tốc 0,8 m/s.
- b- Nếu kể đến ma sát cản lăn của nền với hệ số $k = 0,5$ cm thì lực P phải có cường độ bao nhiêu, lấy $g = 9,8$ m/s².
- c- Sau khi đạt vận tốc cần thiết như trên, muốn giữ chuyển động đều của trục bánh xe, cần giảm cường độ của lực P đi bao nhiêu?



Đáp số: a- $P_1=117,6 \text{ N}$; b- $P_2 = 199,9 \text{ N}$; c- Giảm P một lượng là $118,9 \text{ N}$.

21. Một ngẫu lực có mômen quay M không đổi tác dụng lên tang của một trục tời có bán kính bằng R và có trọng lượng là P_1 ; quấn vào tang tời một sợi dây mềm nhẹ và không dãn rồi buộc đầu mứt tự do của dây vật nặng A có trọng lượng P_2 để kéo nó lên theo mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng là α so với mặt phẳng ngang.



Hệ số ma sát trượt động giữa mặt phẳng và mặt phẳng nghiêng là f . Tang tời được xem là một trục tròn đồng chất.

Tìm biểu thức vận tốc góc của trục tời hàm theo góc quay của nó (xem hình).

$$\text{Đáp số: } \omega = \frac{2}{R} \sqrt{g \frac{m - P_2 R (\sin \alpha + f \cos \alpha)}{P_1 + 2P_2} \varphi} .$$

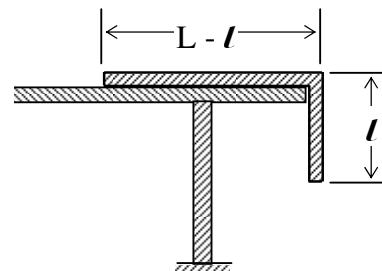
22. Một vật nặng P được treo vào đầu một sợi dây mềm không dãn chiều dài l và mỗi đơn vị dài của nó có trọng lượng P . Dây này được quấn vào tang của một trục tời có bán kính bằng R và có mômen quán tính đối với trục quay bằng J . Vật nặng rơi xuống làm quay trục tời. Lúc đầu đoạn dây treo buông dài một đoạn X_0 và cơ hệ đứng yên. Bỏ qua ma sát của các ổ trục quay và chiều dài của dây cũng như sự thay đổi thế năng của phần dây quấn.

Xác định vận tốc rơi của vật nặng hàn theo độ dài x của đoạn dây treo.

$$\text{Đáp số: } V = R \sqrt{g \frac{[2P + P(x + x_0)(x - x_0)]}{gJ + (P + pl)R^2}} .$$

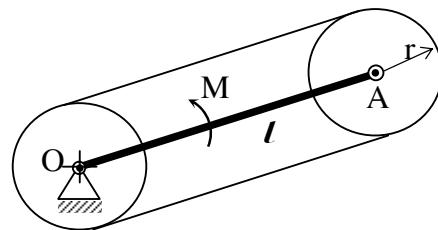
23. Một dây đồng chất dài là L có một phần nằm trên mặt bàn ngang nhẵn một phần buông tự do. Xác định khoảng thời gian T để dây rời khỏi mặt bàn, biết rằng tại thời điểm đầu chiều dài của phần dây thả buông dài là l và vận tốc đầu bằng không (xem hình).

$$\text{Đáp số: } T = \sqrt{\frac{L}{g} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - l^2}}{l} \right)} .$$



Hình 3.47

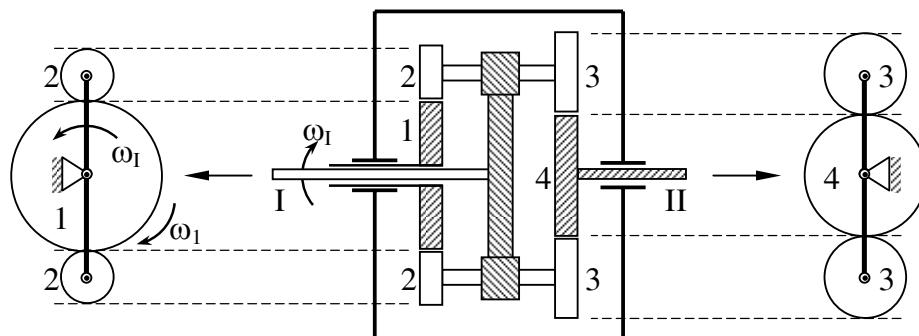
24. Khảo sát chuyển động của cơ cấu biểu diễn trên hình vẽ. Cơ cấu chuyển động trong mặt phẳng ngang. Tay quay OA được xem là một thanh đồng chất dài l nặng là P. Hai ròng rọc động và cố định có cùng bán kính r, cùng trọng lượng Q và được xem là những đĩa đồng chất. Tác dụng lên tay quay một ngẫu lực có mômen không đổi M.



Tìm gia tốc góc của tay quay. Bỏ qua sự trượt giữa đai truyền và hai ròng rọc.

$$\text{Đáp số: } \varepsilon = \frac{3gM}{(Q + 3P)l^2}.$$

25. Khảo sát chuyển động của hộp tốc độ biểu diễn trên hình vẽ. Trục dẫn và trực bị dẫn liên hệ với nhau bằng các cặp bánh răng hành tinh kép. Trục dẫn I mang tay quay AB, trực bị dẫn IV mang bánh răng 4 các ổ trực đặt trên hai đầu tay quay mang trực các cặp bánh răng hành tinh 2_3.



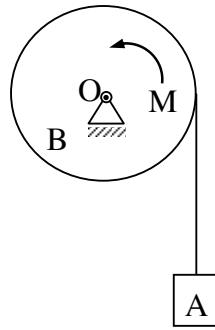
Cho biết các bán kính r_1, r_2, r_3, r_4 của các bánh răng, mômen quán tính của trực dẫn với các chi tiết gắn trên nó đối với trực quay hình học của nó bằng J_1 . Cặp bánh răng hành tinh 2_3 có khối lượng m_2 và có trọng tâm nằm trên trực đối xứng hình học của nó và có mômen quán tính đối với trực đó là J_2 . Mômen quán tính đối với trực bị dẫn và các chi tiết lắp với nó đối với trực quay hình học của nó là J_4 . Trục dẫn chịu tác dụng của ngẫu lực cản có mômen M_1 , trực bị dẫn chịu tác dụng ngẫu lực cản có mômen M_4 , giả thiết M_1 và M_4 đều không đổi; bỏ qua ma sát. Tìm gia tốc góc của trực I (xem hình).

$$\text{Đáp số: } \varepsilon_1 = \frac{M_1 - M_4 \left(1 - \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4}\right)}{J_1 + 2m_2(r_1 + r_2)^2 + 2J_2\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)^2 + J_1\left(1 - \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4}\right)^2}.$$

26. Một vật A có trọng lượng P được kéo lên từ trạng thái đứng yên nhờ tời B có bán kính R, trọng lượng Q và chịu tác dụng ngẫu lực có mômen $M = M_o \cdot \alpha \omega^2$ trong đó M_o và α là các hằng số, ω là vận tốc góc của tời. Cho biết bán kính quán tính của tời đối với trục quay O bằng ρ . Tìm vận tốc góc giới hạn của tời quay và vận tốc góc của quá trình chuyển tiếp của nó từ trạng thái yên nghỉ.

$$\text{Đáp số: } \omega_{gh} = \sqrt{\frac{A}{B}}; \quad \omega = \omega_{gh} \frac{e^{\sqrt{ABt}} - e^{-\sqrt{ABt}}}{e^{\sqrt{ABt}} + e^{-\sqrt{ABt}}};$$

$$\text{trong đó: } A = g \frac{M_o - PR}{PR^2 + Q\rho^2}; \quad B = g \frac{\alpha}{PR^2 + Q\rho^2}.$$



III. NGUYÊN LÝ D'ALAMBERT:

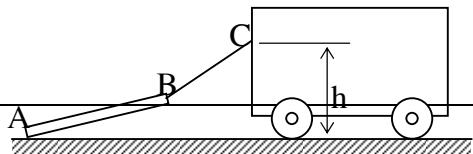
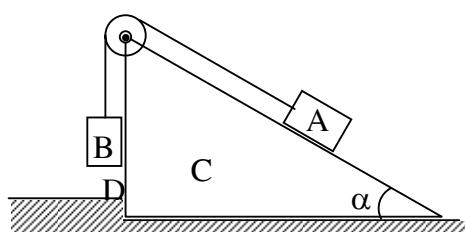
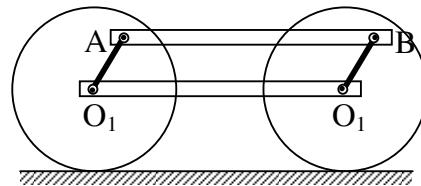
27. Đầu máy xe lửa chuyển động đều trên đường ray thẳng ngang với vận tốc 72 km/h. Xác định áp lực phụ lên ray do tác dụng quán tính của thanh AB gây ra. Khối lượng của AB là $m = 200$ kg được phân bố đều. Tay quay có độ dài $O_1A = 0,3$ m, bán kính bánh xe là $R = 1$ m, giả thiết các bánh xe lăn không trượt (hình vẽ).

$$\text{Đáp số: } N_{\max} = 24,03 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

28. Cơ hệ như hình vẽ, dây mềm không giãn, tải A trọng lượng P_1 , tải B trọng lượng P_2 , bỏ qua các ảnh hưởng của ma sát và khối lượng ròng rọc.

Tính áp lực tổng hợp lên mõi D của lăng trụ C.

$$\text{Đáp số: } N = P_1 \frac{P_1 \sin \alpha - P_2 \cos \alpha}{P_1 + P_2}.$$



29. Dầm AB trọng lượng Q được kéo theo sau xe tải nhờ dây mềm nhẹ BC, biết khoảng cách CD = h. Tìm gia tốc W của xe để đầu A có thể rời khỏi mặt đường, tính sức căng dây T trong trường hợp này (hình vẽ).

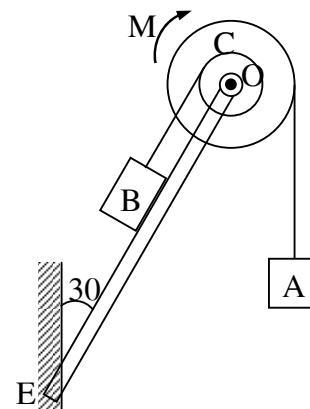
30. Cho cơ hệ như hình vẽ, bỏ qua ma sát ở ổ trục O và tải B. Cho các trọng lượng tương ứng là $P_A = 2P_B$ và P_C ; bán kính quán tính của trụ C đối với trục quay O là ρ và $R = 2r$.

a- Xác định W_A và sức căng của các nhánh dây.

Với những giá trị nào của M thì kết quả được chấp nhận?

b- Với các giá trị cụ thể $P_B = 100 \text{ N}$; $P_C = 400 \text{ N}$; $M = 21,2 \text{ Nm}$; $\rho = 0,08\text{m}$; $r = 0,1\text{m}$; $EO = 2\text{m}$; tại thời điểm ban đầu $EB = 0,6\text{m}$; lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

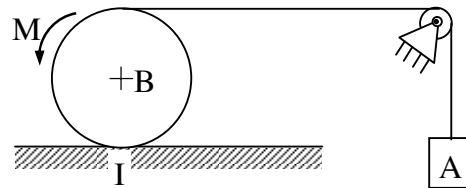
Hãy xác định phản lực tại ngầm E.



31. Cơ hệ như hình vẽ. Tải A trọng lượng P, con lăn B (là trụ tròn đồng chất) trọng lượng Q, bán kính R. Giả thiết con lăn lăn không trượt (theo chiều của M).

Bỏ qua ngẫu cản lăn, hãy xác định:

a- W_A , ε_B , W_B , V_A , ω_B , V_B của tải A và con lăn khi bỏ qua ma sát ở ròng rọc.

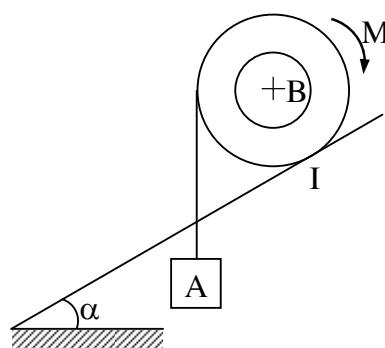


b- Xác định sức căng dây và phản lực tại I khi cho $Q = 200 \text{ N}$; $P = 100\text{N}$; $R = 0,2\text{m}$; hệ số ma sát trượt giữa con lăn và mặt nền là $f = 0,7$.

Tìm những giá trị của M để bảo đảm lăn không trượt.

32. Con lăn kép trọng lượng Q có các bán kính tương ứng là $R = 2r$ quấn dây mềm không giãn treo tải trọng A trọng lượng P. Cho $J_B = \frac{Q}{3g} r^2$ và ngẫu M (hằng số) đặt vào con lăn. Với giả thiết con lăn lăn không trượt, hãy xác định:

a- W_A từ trạng thái đứng yên?



Tìm điều kiện để tải A đi lên? Đi xuống?

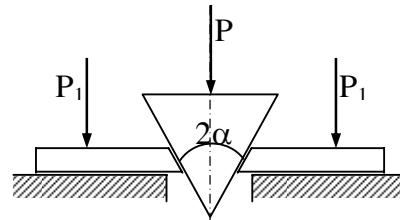
b- Phản lực tại I và sức căng dây là bao nhiêu? Khi cho hệ số ma sát trượt giữa con lăn và mặt nghiêng là f , tìm giá trị cho phép của M để các kết quả được chấp nhận.

Tính cụ thể khi lấy $R = 0,4\text{m}$; $Q = 600\text{N}$; $P = 100\text{N}$; $f = 0,6$; $\alpha = 30^\circ$ (hình vẽ).

33. Một nêm nhẵn trọng lượng P góc ở đỉnh là 2α đẩy tách hai tấm ván nằm trên nền ngang như hình vẽ. Cho trọng lượng mỗi tấm ván là P_1 , bỏ qua các ảnh hưởng của ma sát, hãy viết phương trình chuyển động của nêm và các tấm ván.

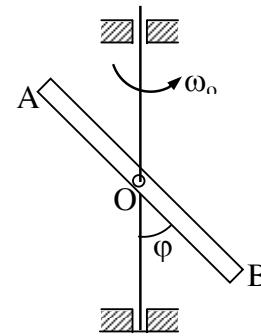
$$\text{Đáp số: } S_{\text{nêm}} = \frac{Wt^2}{2} \text{ trong đó } W = g \frac{P \cot \alpha}{P \cot \alpha + 2P_1 \tan \alpha};$$

$$S_{\text{ván}} = \frac{W_1 t^2}{2} \text{ trong đó } W_1 = g \frac{P}{P \cot \alpha + 2P_1 \tan \alpha}.$$



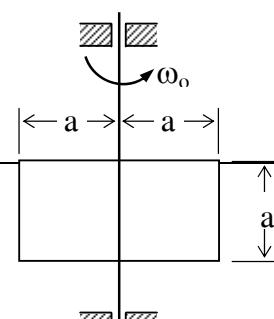
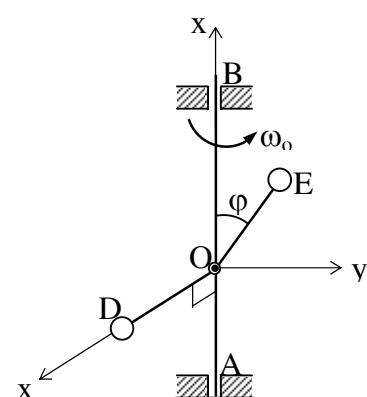
34. Thanh thẳng đồng chất được gắn bằng bản lề vào trực quay thẳng đứng như hình vẽ. Cho $OA = a$; $OB = b$. Trục quay đều với vận tốc góc ω_0 , chốt bản lề nằm ngang, bỏ qua ma sát. Tìm hệ thức giữa ω_0 và góc nghiêng φ khi thanh AB đã ổn định đối với trục quay.

$$\text{Đáp số: } \cos \varphi = \frac{3g}{2\omega_0^2} \cdot \frac{a-b}{a^2 - ab + b^2}.$$



35. Trên trực quay đối xứng động lực AB thẳng đứng, người ta gắn thanh OD vuông góc với AB và OE, còn thanh OE tạo với AB góc φ (hình vẽ). Cho $OE = OD = l$, $AB = 2OA = 2OB = 2a$. Tại các đầu mút E, D người ta gắn các tải trọng đều có khối lượng m . Xác định áp lực động lực lên trực quay khi bỏ qua trọng lượng các thanh và kích thước của tải trọng.

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} X_A = X_B = \frac{ml\omega^2}{2}; \\ Y_A = \frac{ml\omega^2(a - 1 \cos \varphi) \sin \varphi}{2a}; Y_B = \frac{ml\omega^2(a + 1 \cos \varphi) \sin \varphi}{2a} \end{cases}$$



36. Tấm hình chữ nhật đồng chất trọng lượng P quay đều quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω_0 (const).

Hãy xác định lực xé tấm làm đôi theo đường đi qua trục quay?

$$\text{Đáp số: } S = \frac{Pa\omega_0^2}{4g}.$$

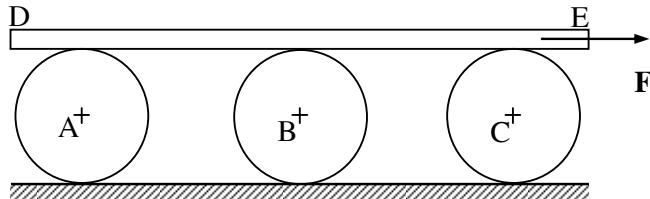
IV. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT ĐỘNG LỰC HỌC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LAGRANGE II:

37. Thanh DE có trọng lượng Q tựa trên ba con lăn như nhau và có cùng trọng lượng P . Thanh chịu tác dụng lực ngang F hướng về bên phải. Coi như không xảy ra hiện tượng trượt giữa thanh và các con lăn cũng như giữa các con lăn và nền ngang.

Tìm gia tốc của thanh DE. Coi các con lăn như những khối trụ đồng chất.

Bỏ qua ma sát lăn (xem hình).

$$\text{Đáp số: } W = \frac{8gF}{8Q + 9P}.$$



38. Lập phương trình vi phân chuyển động của con lắc toán học khối lượng m được treo vào đầu tự do của một dây đàn hồi có độ dài khi cân bằng là l và có độ cứng đàn hồi là c .

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} (1+z)\ddot{\varphi} + 2\dot{z}\dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0 \\ \ddot{z} - (1+z)\dot{\varphi}^2 + \frac{c}{m}z + \frac{g}{l}(1 - \cos \varphi) = 0 \end{cases}$$

Trong đó φ là góc lệch của dây treo đối với phương thẳng đứng và z là độ dãn tương đối của dây so với chiều dài khi cân bằng.

Trong điều kiện dao động nhỏ, phương trình chuyển động của con lắc được viết như sau:

$$z = A \sin\left(\sqrt{\frac{c}{m}}t + \alpha\right); \quad \varphi = B \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \beta\right)$$

Với A, B, α , β phụ thuộc vào điều kiện đầu của chuyển động.

39. Một ống trụ tròn rỗng, đồng chất, có trọng lượng P, bán kính đáy R và có thể quay quanh trục thẳng đứng. Trên mặt trong của ống trụ có xé một rãnh đinh ốc, bước của đường đinh ốc là h. Một viên bi nhỏ chạy trong rãnh ấy dưới tác dụng của trọng lượng bản thân. Bỏ qua ma sát. Thành lập phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ, cho biết ban đầu hệ đứng yên. Tìm phương trình chuyển động của cơ hệ.

Đáp số:

$$\frac{Q+P}{q}R^2\ddot{\theta} + \frac{Q}{q}R \sin \gamma \ddot{s} = 0$$

Phương trình vi phân chuyển động:

$$\frac{Q}{q}R \sin \gamma \ddot{\theta} + \frac{Q}{q}\ddot{s} = P \cos \gamma$$

$$\theta = \frac{g}{2} \cdot \frac{P \sin 2\gamma}{QR \cos^2 \gamma + PR} \cdot \frac{t^2}{2}$$

Phương trình chuyển động:

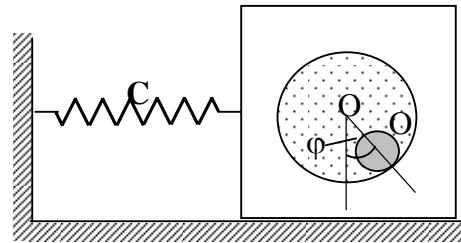
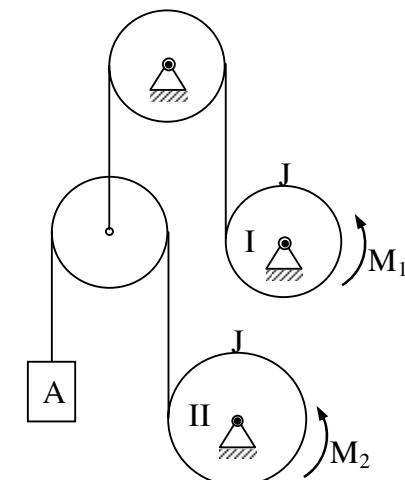
$$s = \frac{Q \cos 2\gamma + P}{Q \cos^2 \gamma + P} \frac{P}{Q} \cos \gamma \cdot \frac{t^2}{2}$$

Trong đó θ là góc quay của trụ, s là quãng đường đi được của viên bi theo rãnh.

40. Vật A có khối lượng m được kéo lên nhờ các trục quay I và II có cùng bán kính R và mômen quán tính của chúng đối với trục quay riêng bằng J. Xác định gia tốc của vật A nếu các trục quay chịu tác dụng của các ngẫu lực có mômen là M_1 và M_2 . Bỏ qua khối lượng của các ròng rọc và ma sát ở các ổ trục. Coi các dây là nhẹ, không dãn và không trượt đối với các ròng rọc (hình vẽ).

$$\text{Đáp số: } W_A = \frac{2M_1 + M_2 - 5mgR}{J + 5mR^2}.$$

41. Một dầm có tiết diện vuông, khối lượng m bị khóet một lỗ hình trụ bán kính R được nối với thành cố định nhờ một lò xo có độ cứng C và có thể trượt không ma sát dọc theo phuong ngang. Dọc theo bề mặt của lỗ lăn không trượt một hình trụ đồng chất khối lượng m, bán kính r ($r < R$), xem hình vẽ.



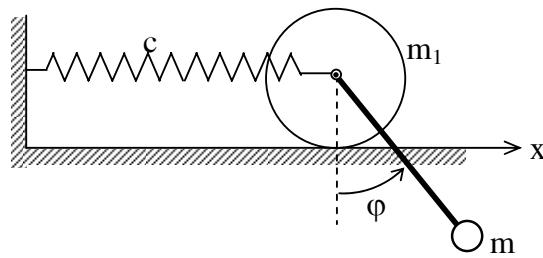
Thành lập phương trình vi phân chuyển động của hệ.

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} (M+m)\ddot{x} + m(R-r)\cos\varphi\ddot{\varphi} - m(R-r)\sin\varphi\dot{\varphi}^2 + c.x = 0 \\ m(R-r)\cos\varphi\ddot{x} + \frac{3}{2}m(R-r)^2\ddot{\varphi} + mg(R-r)\sin\varphi = 0 \end{cases}$$

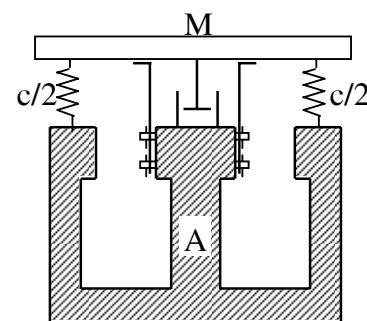
Trong đó x là hoành độ của trọng tâm của đầm, φ là góc giữa đoạn thẳng nối tâm của lõi và tâm của trụ đối với đường thẳng đứng.

42. Thành lập phương trình vi phân chuyển động của một con lắc có khối lượng m và độ dài l , điểm treo của nó nằm tại tâm của đĩa bán kính r và có khối lượng m_1 . Đĩa có thể lăn không trượt dọc trực ngang Ox , tâm của đĩa nối với tường cố định nhờ một lò xo có độ cứng C (xem hình).

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} (3m_1 + 2m)\ddot{x} + 2ml\cos\varphi\ddot{\varphi} - 2ml\sin\varphi\dot{\varphi}^2 + 2c.x = 0 \\ \cos\varphi\ddot{x} + l\ddot{\varphi} + g\sin\varphi = 0 \end{cases}$$



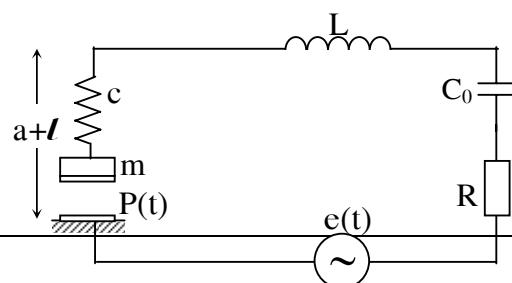
43. Trên hình vẽ cho một sơ đồ máy ghi địa chấn. Gắn trên bệ máy một cuộn tự cảm có n vòng dây với bán kính r và có điện trở R , tổng cộng là R , và hệ số tự cảm L . Lõi sắt từ là một hình trụ đồng trục với cuộn tự cảm và gây ra trong khoảng không của nó một từ trường phẳng và xuyên tâm với hệ số cảm ứng B .



Lõi sắt có khối lượng M và được đỡ bằng các lò xo có hệ số cứng tổng cộng là C và còn chịu tác dụng của lực cản nhớt βx , trong đó x là chuyển dời của lõi sắt từ tính từ vị trí cân bằng của nó. Nền rung theo quy luật $\xi = \xi_0 \sin \omega t$. Đóng kín mạch điện bằng cách nối liền hai cực cuộn tự cảm bằng dây dẫn có điện trở nhỏ không đáng kể. Thành lập phương trình vi phân chuyển động của hệ (xem hình).

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} M\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx - 2\pi r n B \dot{q} = M\xi_0 \omega^2 \sin \omega t \\ L\ddot{q} + R\dot{q} + 2\pi r n B \dot{x} = 0 \end{cases}$$

44. Thành lập phương trình chuyển động của một hệ cơ điện được biểu diễn như trên hình vẽ. Chiều dài của lò xo lúc không biến dạng bằng l , độ cứng của nó bằng C , khối lượng của vật với



tấm động bằng m . Khi lò xo không bị biến dạng khoảng cách giữa các tấm động và cố định của tụ bằng a , còn điện dung của nó bằng C_1 .

$$\text{Đáp số: } \begin{cases} m\ddot{x} + cx - \frac{q}{aC_1} = mg + P(t) \\ L\ddot{q} + \frac{q}{C_0} - \frac{q}{aC_1}(a - x) + R\dot{q} = e(t) \end{cases}$$

V. CÁC BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN MỘT VÀ HAI BẬC TỰ DO (BÀI TOÁN TỔNG HỢP):

45. Hai trục truyền động như hình vẽ. Biết tỉ số truyền giữa trục I và trục II là $\frac{1}{2}$, mô men quán tính đối với trục quay (hình học) của mỗi trục là J_1, J_2 ; bán kính của trục I là R_1 , góc mở của răng là α . Xác định vận tốc góc, giá tốc góc của trục II (và phản lực ăn khớp răng) trong các trường hợp:

a- $M = \text{const.}$

b- $M = M_0 - a\omega_1$. Trong trường hợp này xác định thêm vận tốc góc giới hạn của trục quay II.

46. Cơ hệ như hình vẽ, giả thiết con lăn B (là trụ tròn đồng chất) lăn không trượt trên mặt nghiêng, trụ kép O có moment quán tính đối với trục quay là J_o .

Xác định \vec{W}_A, \vec{V}_A từ trạng thái đứng yên khi cho:

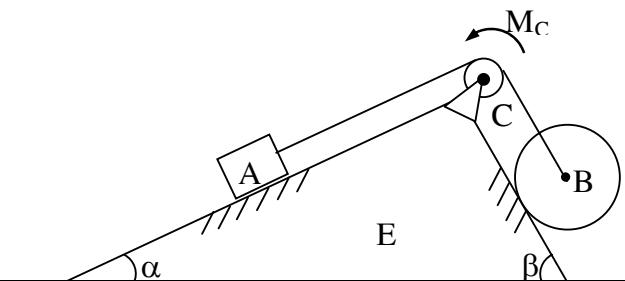
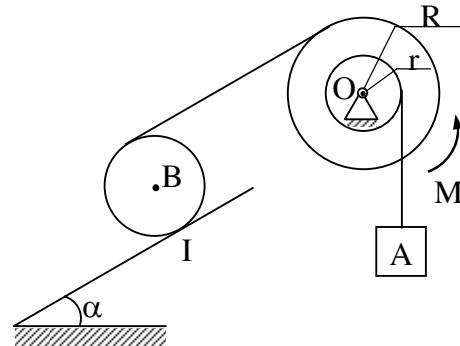
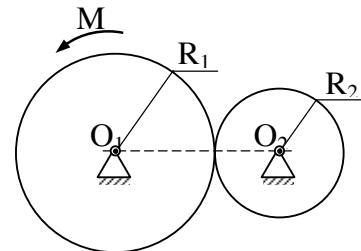
a- $P_A = 2\text{KN}; P_B = 1\text{KN}; P_o = 6\text{KN}; M = 0,2 \text{ KNm};$

$J_o = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2; R = 2R_B = 2r = 0,2\text{m}; \alpha = 30^\circ$.

b- Cùng các giá trị trên chỉ thay đổi với $M = 2 \text{ KNm}$.

Biểu thức tính V_A, W_A có thay đổi không? (hướng dẫn: chú ý đến sức căng dây).

47. Cơ hệ gồm tải A và con lăn B nối với nhau bằng dây mềm nhẹ quấn qua ròng rọc C như hình vẽ. Khối lượng tương ứng của các vật rắn là m_A, m_B, m_C , hệ số ma sát trượt tĩnh với mặt tựa của con lăn



B là f_1 , tải A là f_2 , hệ số ma sát trượt động giữa mặt tựa và A là f_2' , $R_C = \frac{R_B}{2}$.

Bỏ qua các ảnh hưởng cản trở chuyển động khác. Đặt ngẫu M_C (const) vào ròng rọc C.

a- Xác định W_B trong chuyển động đi lên từ trạng thái đứng yên (coi lăng trụ E cố định).

b- Tính sức căng các nhánh dây, và phản lực tựa tại A theo các khả năng xảy ra. Từ đó đánh giá lại kết quả của câu (1).

c- Xét trường hợp cụ thể:

$m_A = 10\text{kg}$; $m_B = 6\text{kg}$; $M_C = 40\text{Nm}$; $R_C = 0,2\text{m}$; $f_1 = f_2 = 0,7$; $f_2' = 0,4$; $\alpha = 60^\circ$ (lấy $g = 10\text{m/s}^2$).

48. Cơ hệ như hình vẽ.

O là trụ tròn đồng chất bán kính R_o trọng lượng P_o , con lăn B có các bán kính tương ứng là $2r = R$, bán kính quán tính tương ứng là $\rho_B = R$, tải A trọng lượng P_A .

Bỏ qua khối lượng của dây (và moment cản lăn tại I và ổ trục O).

Giả sử con lăn B lăn không trượt.

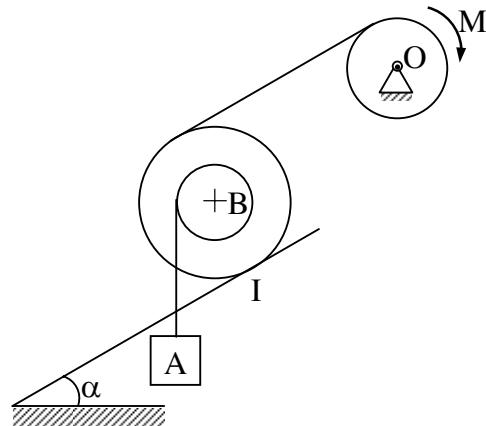
1) Xác định gia tốc của tải A (đi lên từ đứng yên), sức căng các nhánh dây và phản lực tại I?

2) Đánh giá các kết quả khi cho:

a- $M = 10\text{KNm}$; $P_o = 10\text{KN}$; $P_B = 20\text{KN}$; $P_A = 2\text{KN}$;

$\alpha = 30^\circ$; $R_o = r = 0,2\text{m}$;

Hệ số ma sát trượt tại I là $f = 0,7$.

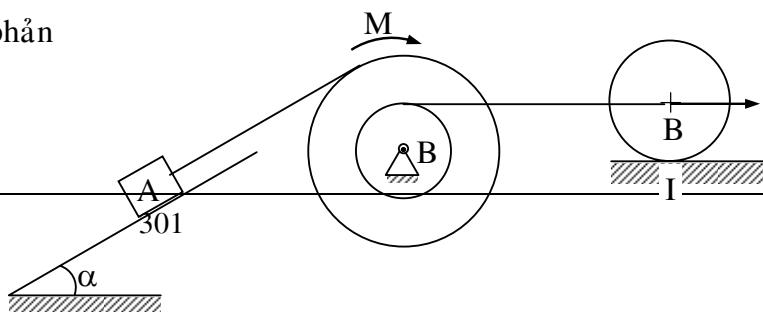


b- Chỉ thay đổi: $P_A = 30\text{KN}$.

49. Cơ hệ như hình vẽ. Bỏ qua ma sát ở A và ổ trục O cũng như ma sát lăn của liên kết tại I. Ngẫu M_o , lực F là các hằng số, trọng lượng tương ứng của các vật rắn là P_A , P_B , P_o . Giả thiết con lăn B lăn không trượt. Hãy xác định:

a- \vec{W}_A , \vec{W}_B từ trạng thái đứng yên?

b- Sức căng các nhánh dây và phản lực tại I?



c- Đánh giá các kết quả khi cho:

$$R_o = 2r_o = 2R_B = 0,2m; \alpha = 30^\circ;$$

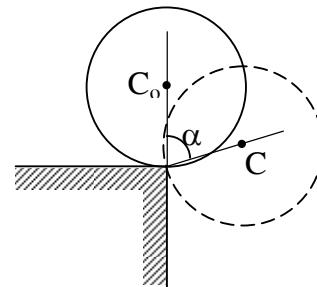
$$P_A = 2P_B = \frac{P_o}{4} = 200N;$$

Hệ số ma sát trượt tại I là $f = 0,6$. Giá trị M_o và F được cho như sau:

➤ $M_o = 30Nm; F = 40N.$

➤ $M_o = 60Nm; F = 10N.$

50. Khối trụ tròn đồng chất được đặt trên sàn ngang AB ở gần mép nhọn sắc B của sàn sao cho mép đó song song với đường sinh của hình trụ, bán kính khối trụ là R. Truyền cho khối trụ vận tốc ban đầu rất nhỏ để nó lăn xuống không trượt quanh mép B. Giả sử lúc mặt phẳng chứa mép B và trực trụ tạo với mặt phẳng thẳng đứng đứng góc α thì khối trụ rời mép B. Bỏ qua ma sát lăn và lực cản của không khí.



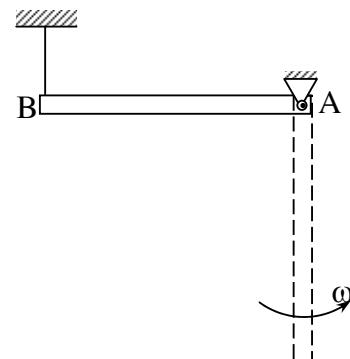
Tìm giá trị của α và vận tốc góc của khối trụ tại thời điểm đó. Từ đó suy ra vận tốc góc của khối trụ trong chuyển động tiếp theo.

Đáp số: $\alpha = \arccos \frac{4}{7}$, $\omega = 2\sqrt{\frac{g}{2R}}$.

51. Một dầm đồng chất dài $AB = 2l$ được đặt ở vị trí nằm ngang, ở thời điểm nào đó dây ở B bị đứt và dầm bắt đầu chuyển động quay quanh trực qua A. Tại thời điểm dầm thẳng đứng đầu A bị mất liên kết.

Xác định quỹ đạo khối tâm của dầm và vận tốc của nó trong chuyển động tiếp theo.

Đáp số: $y^2 = 3lx - 3l^2$, $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$.



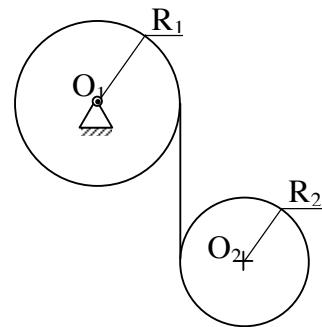
52. Hai trụ tròn xoay đồng chất A,B có trọng lượng lần lượt là P_1, P_2 và bán kính tương ứng R_1, R_2 được quấn bởi hai sợi dây mềm, nhẹ phân bố đối xứng với mặt phẳng vuông góc với trực trụ và đi qua tâm của trụ. Khối trụ B rơi xuống không vận tốc ban đầu vừa nhả dây vừa làm quay trụ A quanh trực cố định.

Bỏ qua các ảnh hưởng của lực cản, hãy xác định:

- _ Vận tốc góc của mỗi trục.
- _ Quy luật chuyển động của trụ B và sức căng của mỗi nhánh dây.

$$\text{Đáp số: } \omega_A = \frac{P_1}{3P_1 + 2P_2} \frac{2gt}{R_1}; \quad \omega_B = \frac{P_2}{3P_1 + 2P_2} \frac{2gt}{R_2};$$

$$S_{O_2} = \frac{g(P_1 + P_2)}{3P_1 + 2P_2} t^2; \quad T = \frac{P_1 + P_2}{2(3P_1 + 2P_2)}.$$



53. Cho cơ hệ như hình vẽ. Trọng lượng tương ứng của các vật là P_A, P_B, P_E . Bỏ qua tất cả các trọng lượng khác và ma sát các ổ trục.

a- Xác định giá tốc đi xuống của tải B từ trạng thái đứng yên khi cho hệ số ma sát trượt tĩnh f_t và trượt động f_d của tải A trên nền ngang.

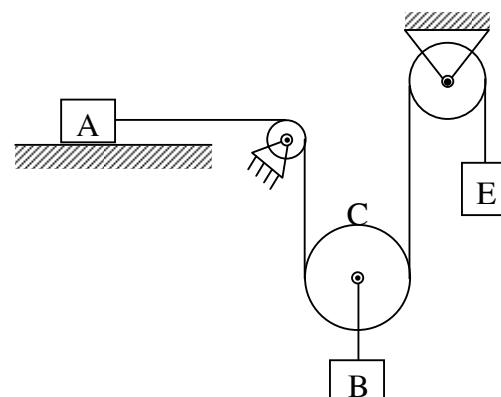
Từ đó suy ra điều kiện của các trọng lực để B khởi động đi xuống?

b- Xét cụ thể các trường hợp:

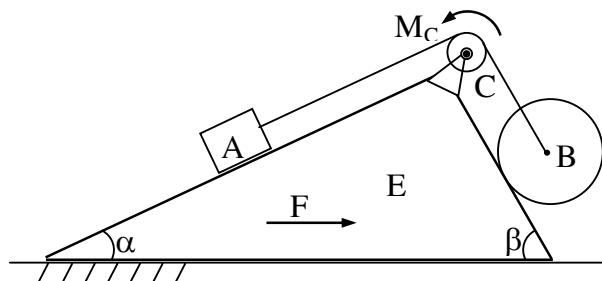
b-1 $P_A = 160\text{N}; \quad 2P_E = P_B = 200\text{N};$

$$f_t = 0,5; \quad f_d = 0,3.$$

b-2 Như câu a) chỉ thay đổi $f_t = 0,7; \quad f_d = 0,4.$



54. Cơ hệ gồm tải A và con lăn B nối với nhau bằng dây mềm nhẹ quấn qua ròng rọc C như hình vẽ. Các vật rắn khối lượng tương ứng của là m_A, m_B, m_C ; lăng trụ E có trọng lượng Q ; hệ số ma sát trượt tĩnh với mặt tựa của con lăn B là f_1 , tải A là f_2 , hệ số ma sát trượt động giữa mặt tựa và A là f_2' , $R_C = \frac{R_B}{2}$.



Lăng trụ E chịu tác động của lực F nằm ngang, ngẫu M_C (const) đặt vào ròng rọc C.

Bỏ qua ma sát giữa E và nền.

- a- Lập phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ.
- b- Tính sức căng các nhánh dây, và áp lực lên nền ngang.
- c- Xét trường hợp cụ thể:

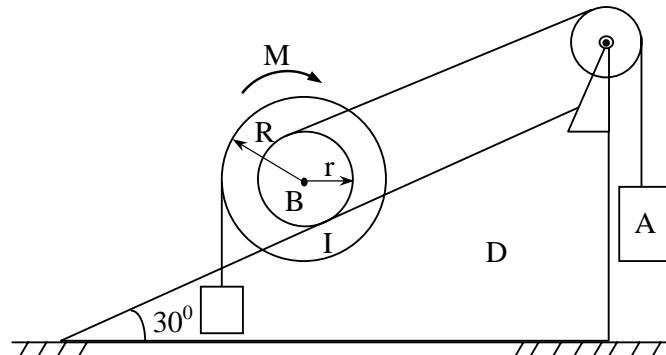
$$R_C = 0,2\text{m};$$

$$m_A = 10\text{kg}; m_B = 6\text{kg}; Q = 200\text{N};$$

$$F = 100\text{N}; M_C = 40\text{Nm};$$

$$f_1 = f_2 = 0,7; f_2' = 0,4; \alpha = 60^\circ \text{ (lấy } g = 10\text{m/s}^2\text{)}.$$

55. Cho cơ hệ như hình vẽ, giả sử con lăn B lăn không trượt.



$$\text{Biết: } P_A = P_C = 20\text{N}; \quad r = 0,1\text{m};$$

$$P_B = 100\text{N}; \quad R = 0,2\text{m};$$

$$P_D = 100\text{N}; \quad \rho = 0,1\text{m}.$$

(ρ là bán kính quán tính của con lăn B đối với trục đi qua tâm B và vuông góc với mặt phẳng chuyển động).

I. Lăng trụ D được giữ cố định:

- Cho tải A đi xuống theo quy luật $s = 0,2 + 0,3t^2$ (m).

Xác định $\vec{V}_B, \vec{W}_B, \vec{V}_C, \vec{W}_C$ tại thời điểm $t = 1$ giây. Dây được xem như không dãn.

- Xem khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể. Hãy:

a) Xác định W_A đi xuống từ trạng thái đứng yên.

b) Tính sức căng các nhánh dây và phản lực tại tiếp điểm I, từ đó xác định những giá trị của ngẫu M để bảo đảm kết quả ở câu a) (con lăn lăn không trượt và tải A đi

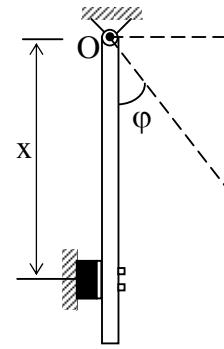
xuống) khi cho hệ số ma sát trượt giữa con lăn và mặt nghiêng là $f = 0,5$ và bỏ qua ma sát lăn.

II. Giả sử lăng trụ có thể trượt trên nền ngang:

- Cho $M = 3 \text{ Nm}$, xác định hệ số ma sát trượt tĩnh lớn nhất giữa lăng trụ D và nền ngang để D có thể chuyển động được?
- Giả sử ma sát giữa D và nền không đáng kể, lập phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ.

VI. VA CHẠM:

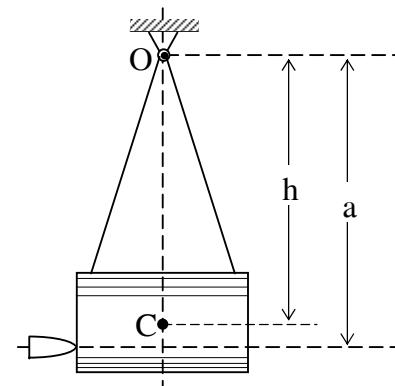
56. Thiết bị dùng để xác định hệ số khôi phục của vật liệu bằng thử nghiệm, gồm một thanh quay được trong mặt phẳng thẳng đứng quanh trục nằm ngang qua O. Cách O một đoạn x nào đó người ta gắn lên thanh mẫu cần thử. Thả cho thanh rơi không vận tốc đầu từ vị trí nằm ngang, thanh quay quanh O và khi đến vị trí thẳng đứng thì mẫu thử đập vào mẫu cố định cũng được chế tạo bằng cùng vật liệu như mẫu nói trên. Chiều dài của thanh bằng l .



Xác định hệ số khôi phục k nếu sau va chạm thanh bị bật lại một góc φ so với vị trí thẳng đứng và tìm khoảng cách x đặt mẫu thử so với trục quay O để khi va chạm không sinh ra phản lực va chạm tại O (xem hình).

$$\text{Đáp số: } k = \sqrt{2} \sin \frac{\varphi}{2}; x = \frac{2}{3} l.$$

57. Một con lắc thử đạn gồm co trụ AB được treo vào trục O nằm ngang. Khối trụ chứa đầy cát. Viên đạn được bắn vào khối trụ, xuyên vào cát làm cho khối trụ quay quanh trục O một góc α nào đó so với đường thẳng đứng. Cho biết khối lượng của trụ bằng M , khoảng cách từ đường va chạm đến trục quay O bằng a . Giả thiết rằng trục O không chịu tác dụng của lực va chạm, nghĩa là $ah = \rho^2$. Khối lượng viên đạn bằng m (xem hình).



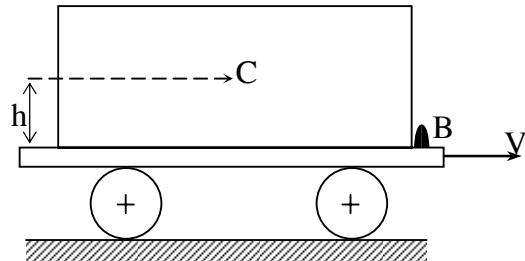
Tìm vận tốc của viên đạn theo góc lệch α của con lắc.

Đáp số: $v = \frac{2(Mh + ma)}{m} \sqrt{\frac{g}{a}} \sin \frac{\alpha}{2}$.

58. Một khối hình hộp AB được đặt trên một tấm lăn theo đường ray nằm ngang với vận tốc v . Nhờ nốt náu B trên tấm, khối hình hộp không bị trượt đối với tấm nhưng có thể quay quanh mấu B. Cho h là chiều cao của trọng tâm của khối hình hộp đối với tấm, ρ là bán kính quán tính của khối hình hộp đối với mấu B.

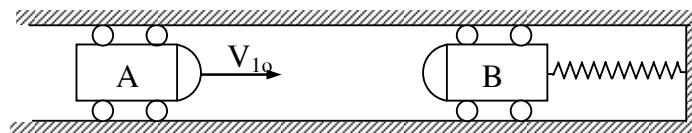
- a- Xác định vận tốc góc ω của khối hình hộp quanh mấu B khi tấm bi dừng tức thời.
- b- Xem khối hình hộp là vật đồng chất có chiều cao $h = 3\text{m}$, chiều dài dọc tấm bằng 4m . Tìm vận tốc v của tấm để khối hình hộp AB bị lật nhào quanh mấu B (xem hình)

Đáp số: $\omega = \frac{h}{\rho^2} V; v = 30 \text{ km/s.}$



59. Khảo sát va chạm hệ gồm hai vật A và B, trong đó vật A có thể chuyển động tự do theo hướng ngang, còn vật B được gắn vào lò xo có hệ số cứng C. Giả sử rằng trước va chạm vật A có vận tốc $v_{10} > 0$ còn vật B có vận tốc $v_{20} = 0$.

Tìm vận tốc của hai vật sau va chạm và thời điểm t_1 hai vật lại va chạm vào nhau tiếp theo va chạm lần đầu. Cho biết khối lượng các vật tương ứng bằng m_1 và m_2 , hệ số khôi phục bằng k (xem hình).



Đáp số: $v_A = \frac{m_1 - km_2}{m_1 + m_2} v_{10}; v_B = \frac{m_1 + m_2 k}{m_1 + m_2} v_{10};$

Và khoảng thời t_1 được xác định từ phương trình siêu việt: $\frac{\sin vt_1}{vt_1} = \frac{m_1 - km_2}{m_1 + m_2};$

Trong đó: $v = \sqrt{\frac{c}{m_2}}$.

