

## CHƯƠNG X

# TOOCXO ĐỘNG LỰC HỌC

### 10-1. Gia tốc lượng

*Định nghĩa.* Cho vật rắn S một phân tố dm của S ở điểm P có *gia tốc*  $\vec{\Gamma}_P^{(1)}$  đối với hệ quy chiếu  $O_1x_1y_1z_1$  được xem là cố định. Ta gọi *gia tốc lượng* của phân tố đó là biểu thức vectơ :

$$\vec{d\sigma} = \vec{\Gamma}_P^{(1)} . dm \quad (10-1)$$

Gia tốc lượng của toàn vật rắn sẽ là :

$$\vec{\sigma} = \int_S \vec{\Gamma}_P^{(1)} . dm \quad (10-2)$$

Ta có thể viết (10-2) dưới dạng khác như sau :

$$\vec{\sigma} = \int_S \frac{d\vec{v}_P^{(1)}}{dt} dm = \frac{d}{dt} \int_S \vec{v}_P^{(1)} dm \quad (10-3)$$

Sử dụng (10-3) thay vào đây ta có :

$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = \frac{d}{dt} (M \cdot \vec{v}_G) \quad (10-4)$$

$$\text{Hay : } \vec{\sigma} = M \cdot \frac{d}{dt} \vec{v}_G^{(1)} = M \cdot \vec{\Gamma}_G^{(1)} \quad (10-5)$$

Từ (10-5) ta có thể phát biểu như sau :

*Gia tốc lượng là đạo hàm của động lượng đối với thời gian.* Hay cũng có thể nói một cách khác : *Gia tốc lượng của một vật rắn là bằng gia tốc lượng của một chất điểm ở trọng tâm mang toàn cả khối lượng của vật rắn.*

## 10-2. Mômen của gia tốc lượng đối với một điểm

Mômen của gia tốc lượng của vật rắn đối với một điểm C nào đó trong không gian ( $R_1$ ) là vectơ :

$$\vec{\zeta}_C = \int_S \vec{CP} \wedge \vec{\Gamma}_P^{(1)} dm \quad (10-6)$$

Ta hãy xét sự tương quan giữa hai mômen của gia tốc lượng đối với hai điểm. Tính mômen của gia tốc lượng đối với K. Ta có :

$$\vec{\zeta}_K = \int_S \vec{KP} \wedge \vec{\Gamma}_P^{(1)} dm \quad (10-7)$$

Nhưng

$$\vec{KC} + \vec{CP} = \vec{KP}$$

Vậy (10-7) có dạng :

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_K &= \int_S (\vec{KC} + \vec{CP}) \wedge \vec{\Gamma}_P^{(1)} dm \\ &= \int_S \vec{KC} \wedge \vec{\Gamma}_P^{(1)} dm + \int_S \vec{CP} \wedge \vec{\Gamma}_P^{(1)} dm \end{aligned} \quad (10-8)$$

Sau khi đưa  $\vec{KC}$  ra ngoài tích phân và chú ý đến (10-2) cùng với kết quả (10-5) ta có thể viết (10-8) lại như sau :

$$\vec{\zeta}_K = \vec{\zeta}_C + \vec{\sigma} \wedge \vec{CK} \quad (10-9)$$

Như vậy  $\vec{\zeta}_C$  và  $\vec{\sigma}$  tạo thành một toécxơ. Ta gọi là *toécxơ động lực học*.

## 10-3. Tương quan giữa toécxơ động lượng và toécxơ động lực học

Ta có thể viết lại biểu thức (10-6) như sau :

$$\vec{\zeta}_C = \int_S \vec{CP} \wedge \frac{d\vec{v}_P^{(1)}}{dt} dm \quad (10-10)$$

Để tính được tích phân đó ta hãy chú ý biểu thức đạo hàm sau đây :

$$\frac{d}{dt} (\vec{CP} \wedge \vec{v}_P^{(1)}) = \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} + \vec{CP} \wedge \frac{d\vec{v}_P^{(1)}}{dt} \quad (10-11)$$

Vậy :

$$\vec{\xi}_C = \int_S \frac{d}{dt} (\vec{CP} \wedge \vec{v}_P^{(1)}) dm - \int_S \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm$$

Hay :

$$\vec{\xi}_c = \frac{d}{dt} \int_S \vec{CP} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm - \int_S \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm$$

Vậy :

$$\vec{\xi}_C = \frac{d}{dt} \vec{\mu}_C - \int_S \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm \quad (10-12)$$

Ta hãy tính số hạng tích phân cuối cùng trong (10-12)

Ta có :

$$\frac{d\vec{CP}}{dt} = \frac{d\vec{OP}}{dt} - \frac{d\vec{OC}}{dt} = \vec{v}_P^{(1)} - \vec{v}_C^{(1)}$$

Vậy :

$$\begin{aligned} - \int_S \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm &= - \int_S (\vec{v}_P^{(1)} - \vec{v}_C^{(1)}) \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm = \\ &= \int_S \vec{v}_C^{(1)} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm = \vec{v}_C^{(1)} \wedge \int_S \vec{v}_P^{(1)} dm. \end{aligned}$$

Do đó :

$$- \int_S \frac{d\vec{CP}}{dt} \wedge \vec{v}_P^{(1)} dm = \vec{v}_C^{(1)} \wedge M \vec{v}_G^{(1)} \quad (10-13)$$

Mang (15-13) vào (15-12) ta có :

$$\vec{\xi}_C = \frac{d}{dt} \vec{\mu}_C + \vec{v}_C^{(1)} \wedge M \cdot \vec{v}_G^{(1)} \quad (10-14)$$

Trường hợp riêng quan trọng

a) Khi C là một điểm cố định trong (R) ta có :

$$\vec{\xi}_C = \frac{d\vec{\mu}_C}{dt} \quad (10-15)$$

b) Khi C trùng với trọng tâm G

$$\vec{\xi}_G = \frac{d\vec{\mu}_G}{dt} \quad (10-16)$$

Như vậy khi C là cố định trong (R) hay khi C trùng với trọng tâm của vật rắn thì tương quan giữa hai toocxơ là :

*Toocxơ động lực học là đạo hàm của toocxơ động lượng.*

Thực vậy vì khi đó ta có :

$$\begin{cases} \vec{\sigma} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \\ \vec{\xi}_C = \frac{d\vec{\mu}_C}{dt} \end{cases} \quad (10-17)$$

Nếu ta kí hiệu ( $\tau_v$ ) là toocxơ động học và ( $\tau_r$ ) là toocxơ động lực học thì ta có :

$$\frac{d(\tau_v)}{dt} = (\tau_r) \quad (10-18)$$

#### 10-4. Nguyên lí cơ bản của cơ học cổ điển

Khi tốc độ của vật rắn chưa đạt đến tốc độ ánh sáng, nghĩa là nhỏ hơn 300.000 km/s thì định luật bảo toàn khối lượng vẫn đúng. Khi đó nguyên lí cơ bản của cơ học cổ điển được phát biểu như sau :

Tồn tại một hệ quy chiếu được gọi là hệ quy chiếu Galilê hay hệ quy chiếu tuyệt đối với thời gian tuyệt đối sao cho mỗi

một hệ vật chất S, toocxơ động lực học là bằng toocxơ lực của những ngoại lực tác dụng lên hệ :

$$\vec{\sigma} = \vec{g} = M \cdot \vec{\Gamma}_G \quad (10-19)$$

$$\vec{\zeta}_C = \vec{\mathcal{M}}(C) \quad (10-20)$$

Nếu C là cố định trong (R) ta có :

$$\frac{d(\tau_v)}{dt} = (\tau_r) = (\tau_f) \quad (10-21)$$

$(\tau_f)$  là toocxơ lực của ngoại lực tác dụng lên hệ.

Biểu thức (10-21) còn có nghĩa là :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{g} \\ \frac{d\vec{\mu}_C}{dt} = \vec{\mathcal{M}}(C) \end{cases} \quad (10-22)$$

### 10-5. Tương quan giữa tenxơ và toócxơ

Ta nhận thấy các tọa độ của toocxơ tại một điểm nào đó không phụ thuộc vào hệ quy chiếu đã chọn, vậy một toocxơ cũng là một tenxơ. Mỗi một toócxơ, tại một điểm trong không gian, có hai véctơ một véctơ buộc và một véctơ tự do, vậy tại đó có hai tenxơ hạng một.